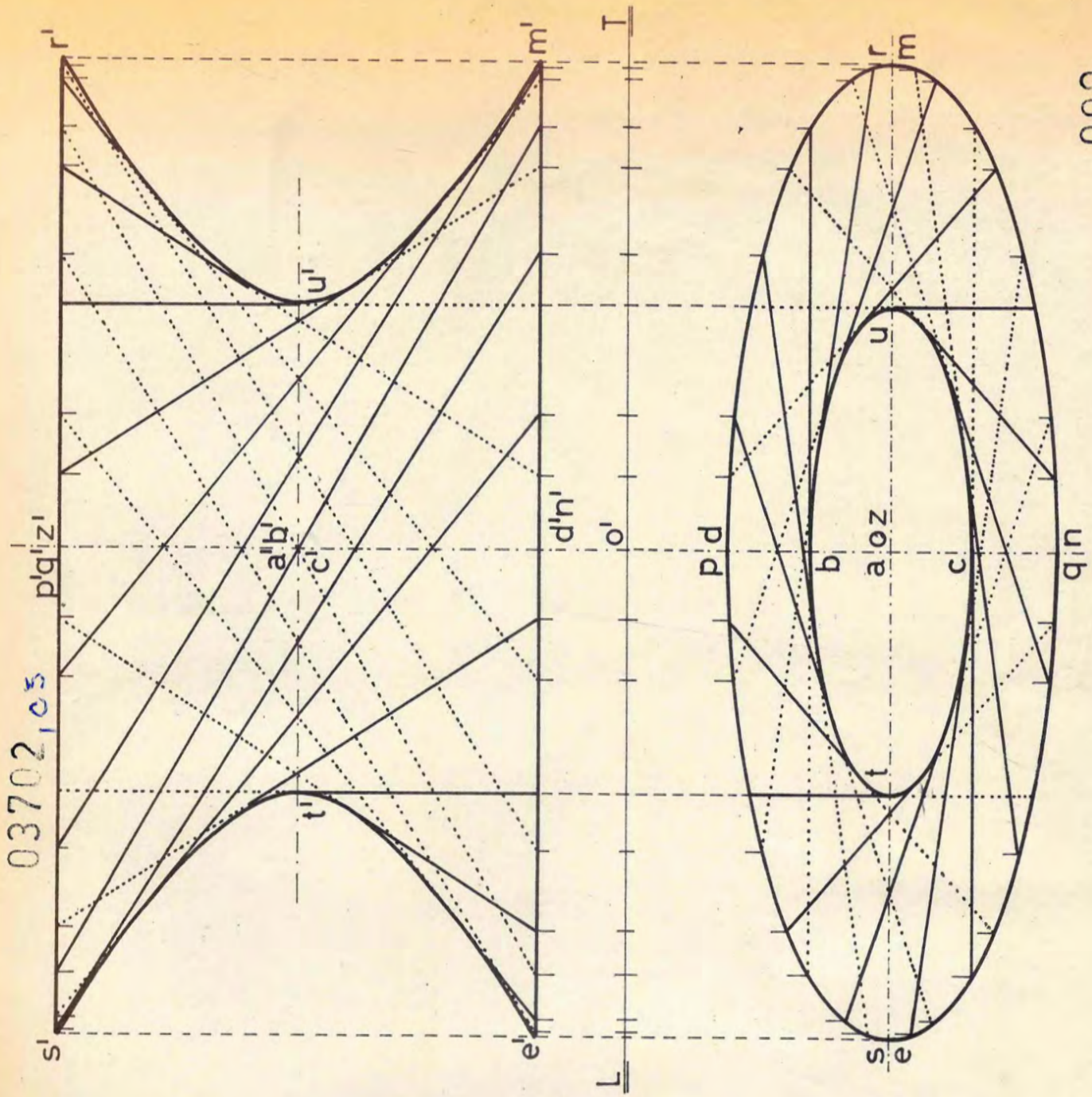


replanteo en obra
de superficies
de doble curvatura

PROFESOR GUIA FRANCISCO AEDO C
ALUMNO ERICH MENZEL MULLER
VALPARAISO ENERO 1967
ESCUELA DE ARQUITECTURA
UNIVERSIDAD DE CHILE
CATEDRA DE EDIFICACION

03702,05



000

replanteo en obra \diamond
 de superficies
 de doble curvatura



PROFESOR GUIA FRANCISCO AEDO C
 ALUMNO ERICH MENZEL MULLER
 VALPARAISO ENERO 1967
 ESCUELA DE ARQUITECTURA
 UNIVERSIDAD DE CHILE
 CATEDRA DE EDIFICACION

624.07
M5517.
23

SEMINARIO DE EDIFICACION.

PROFESOR GUIA FRANCISCO AEDO CARRASCO
ALUMNO ERICH MENZEL MULLER
ENERO DE 1967. VALPARAISO
ESCUELA DE ARQUITECTURA
UNIVERSIDAD DE CHILE

03 ABO 1987
E. J. FLO. pdf



REPLANTEO EN OBRAS
DE SUPERFICIES
DE DOBLE CURVATURA

Antes de adentrarnos en la exposición de las materias que a continuación se detallan, es mi deseo agradecer y dejar constancia de la desinteresada y espontánea colaboración de las siguientes personas, además de don Francisco Aedo Carrasco, que tuvo la amabilidad de guiarme en esta investigación :

don Flavio Gutierrez A., profesor de Matemáticas, que colaboró en la exposición analítica,

don Romeo Trebbi del T., profesor de Historia del Arte, también de la Escuela de Arquitectura, quien me clarificó la reseña histórica del Tema, y

a todos aquellos, que tuvieron a bien facilitarme la documentación y los datos necesarios para el desarrollo de este Seminario, y dejo constancia que si no fuera por su aporte, este trabajo no se habría concluido.

A todos Uds. Muchas Gracias.

erich menzel muller

1°. GENERALIDADES.

En el año 1989, al comenzar con mi estudio en la Escuela de Arquitectura, entre otras cosas se me expresó que el ramo de Geometría Descriptiva era uno de los ramos selectivos del año primero. Esta realidad no me asustó, a pesar de haber despedido en mí la inquietud de rendir y de dar cumplimiento más allá de lo exigido.

Logré un buen rendimiento y confieso que solo cuatro años más tarde, o sea, al cumplir el tercer año de ayudantía al Curso de Geometría Descriptiva, me formé una idea de lo que quería decir "Geometría Descriptiva". Fue entonces cuando supe establecer la diferencia entre Estereometría y Geometría Proyectiva o Solución Espacial y Solución de Depurado.

Las materias tratadas en el curso de primer año son insuficientes para dar al alumno las herramientas necesarias para el desenvolvimiento del futuro profesional en las superficies de Segundo Grado siendo ésta una de sus fundamentales pretensiones.

La necesidad del empleo de la Doble Curvatura a través de las superficies de Segundo Grado en la Arquitectura actual se hace evidente en muchos casos en que deseamos cubrir grandes espacios arquitectónicos con o sin apoyos intermedios, (150 m de luz) y en que la economía es un factor predominante.

Esta economía de material se debe a que estas estructuras bien concebidas carecen de la flexo-compresión como problema, haciendo mínimos los momentos de flexión y como consecuencia los espesores de la lámina estructural pueden ser también mínimos, unos tres o cuatro centímetros para ciento cincuenta metros aproximadamente y como ejemplo al azar.

Esta necesidad de realización de este tipo de obras es lo que me ha llevado a inquietar a profesores, ayudantes y alumnos a través del presente Seminario para investigar sobre esta materia y elaborar posteriormente un texto de consulta útil a las personas que deseen obtener información al respecto.

El título es "REPLANTEO EN OBRA DE SUPERFICIES DE DOBLE CURVATURA", y el tema de fondo es el ejemplo de trazado en obra de dos o tres plantamientos, uno sobre planta rectangular, otro sobre planta romboidal y otro sobre planta triangular del Hiperboloide Elíptico mostrando la trayectoria teórica y práctica del proceso del replanteo.

La elección del Hiperboloide Elíptico obedece a su calidad de genérico con respecto al Paraboloide Hiperbólico y el Hiperboloide de Revolución que siendo las superficies extremas están incluidos en los mismos métodos de trazado.

1° A. INICIADORES.

(Síntesis histórica).

Comenzaremos por la forma más simple y que es de doble curvatura, término que más adelante discutiremos en detalle.

La forma más simple es el manto de esfera o en su defecto la limitación esférica de un sector de ella. El empleo de esta superficie en la construcción se remonta al año 2.000 A.C. Se usó como cúpula de cobertizo en la Mesopotamia. El material usado fue el ladrillo cocido y el pegamento consistía en cales y cementos. Cabe señalar que el empleo del ladrillo en construcción data aproximadamente 5.000 años A.C.

Prosiguieron con el empleo de las formas esféricas o cúpulas los asirios y los persas, quienes consiguieron sobrepasar a la cúpula otro piso. Las cargas originadas por este piso superior eran transmitidas por la cúpula misma hasta su anillo de borde que descansaba sobre muros cilíndricos, los que llevaban las cargas al suelo. La cúpula, a pesar de ser estructural, era un elemento decorativo hacia el piso inferior, ya que en el piso segundo era disimulada totalmente.

La cúpula nace por la deformación del cono de revolución y tiene una abertura circular superior que los mesopotámicos dejaban para la salida del humo del recinto y la entrada de luz.

Una forma similar del empleo de la cúpula por los mesopotámicos logran más tarde los etruscos, perfeccionando y sumando esta superficie de cubierta. Así dan origen a la conocida

Pechina (transformación de la planta cuadrada en una planta superior circular). También cubren espacios rectangulares de lados muy desiguales con dos o más cúpulas. Esto sucede en el siglo VI A.C. Son precisamente los etruscos los que hacen trabajar la cúpula en su forma más propia y noble y de acuerdo con el material

En el siglo I.A.C. los romanos aplican la cúpula. El ejemplo más destacado es la gran cúpula de 40 m de luz llamada Panteón, y fue construida en el I.D.C.

En Bizancio el monumento más importante es la cúpula de Santa Sofía, construida a principios del siglo VI.D.C. Esta forma es tomada más tarde en el Renacimiento por Brunelleschi en la primera mitad del 1.400, siendo la obra más representativa la capilla Pazzi en Florencia.

La arquitectura gótica no emplea la doble curvatura sino que la simple curvatura con la introducción de la nervadura correspondiente a los encuentros produciendo así la sensación de doble curvatura muchas veces.

Por lo general nuestros antepasados evitaron la doble curvatura a causa de los materiales con que contaban, y las técnicas de construcción empleadas, no eran adecuadas a este tipo de construcción.

Las cúpulas son construidas en forma más noble en ladrillo y en mampostería de piedra. Los esfuerzos producidos son los tangenciales y en esta forma las superficies se someten solamente a la compresión, rara vez a la tracción.

Volviendo la atención sobre la basílica de Santa Sofía de Constantinopla, construida entre el año 522 y 537, en el imperio de Justiniano, por los arquitectos anatólicos: Antemio de Tralles e Isidoro de Mileto, constatamos que tal edificio consta de una grandiosa cúpula, elaborada por la mano de más de diez mil obreros, constituyendo una muestra grandiosa del arte bizantino.

Su elevada cúpula fue reconstruida después de un hundimiento, entre 558 y 562, por Isidoro el Joven, sobrino de Isidoro de Mileto; mide 54 metros de altura por 31 metros de diámetro. Por cuatro pechinas, descansa sobre cuatro grandes arcos asentados sobre enormes pilares.

El período Medieval del arte musulmano nos muestra obras que emplean las cúpulas o más bien dicho los cuerpos de revolución. Dos ejemplos de estas obras son, una, la mezquita funeraria de Q'ait-bey, en el Cairo, 1472., y el Tadj-Mahal, en Agra, tumba de Mumtaz Mahal, esposa de Shah Djahan. Construido de 1630 a 1647.

La punta más alejada de la arquitectura de Occidente está en Rusia. Hasta el siglo XVII, dicho país había permanecido apartado de Europa. Su arquitectura, exclusivamente religiosa, había sido hasta el siglo XII un feudo del arte bizantino (región de Kiev). Posteriormente, el ejemplo de la arquitectura autóctona en madera, afirmado por alguna influencia asiática, inspiró a Rusia su más original estilo, el cual, a fines del siglo XVI, tendió a concentrarse en torno a Moscú: Iglesia de San Basilio, 1555 a 1560.

1. B. EVOLUCION ARQUITECTONICA DE LAS FORMAS LAMINARES.

Cascerones de hormigón. (Félix Candela)

Extracción de la revista "Ingeniería Internacional Construcción"

Junio 1958, y publicada en la revista "Técnicas y Creación N° 1. del Instituto de Edificación Experimental de nuestra Escuela de Arquitectura.

" La construcción de estructuras laminares curvas de hormigón armado ha experimentado un notable auge en los últimos diez años. Al considerar los innumerables proyectos que utilizan tales estructuras, que aparecen en las revistas profesionales, es evidente el creciente interés que despiertan sus posibilidades constructivas y estéticas. Sin embargo, el interés de los arquitectos e ingenieros por este tipo de construcción, no ha venido precedido -ni acompañado- por el descubrimiento o evolución natural de métodos dignos de confianza para el análisis de esfuerzos en dichas estructuras y, sobre todo, de métodos lo suficientemente sencillos para que pueda reglamentarse su aplicación y puedan ser utilizados por el ingeniero no especialista. Inclusive en el proyecto de tales estructuras, la elección previa de su forma y disposición, se hace generalmente de manera bastante arbitraria, por falta de un cuerpo de doctrina que sea del conocimiento general. Ello obliga a aquellos que han dedicado sus esfuerzos en dichas estructuras a la investigación y construcción a tratar de examinar públicamente el estado actual del problema del diseño de las

mismas y, especialmente, a divulgar cuáles son las posibilidades razonables de ejecución de las distintas formas conocidas, y cuáles son las condiciones que deben cumplir aquellas nuevas formas que pudieran proponerse.

Entre los varios puntos a que me iré refiriendo en el curso de esta exposición conviene destacar lo siguiente :

- A.- El problema de la forma en relación con el comportamiento estructural y con las posibilidades actuales del cálculo.
- B.- Limitaciones impuestas por la necesidad de calcular previamente los esfuerzos y por la condición económica de que el costo de los cálculos no debe sobrepasar un porcentaje pequeño del costo total de la estructura. Imposibilidad práctica de efectuar un análisis exacto para todos los casos eventuales de carga.
- C.- Influencia en el proyecto del tamaño o escala de la estructura.
- D.- Dificultades e inconvenientes del análisis mediante pruebas sobre modelos reducidos.

Se agrupan usualmente bajo el nombre de cascarones una serie de formas constructivas cuyo comportamiento estructural difiere, sin embargo, esencialmente de unos tipos a otros, de acuerdo con la forma de la superficie. Una definición adecuada de lo que puede entenderse por cascarón propiamente dicho ayudaría mucho a evitar confusiones y constituye, por lo tanto, el primer paso en cualquier exposición de tipo general.

Sería más claro, a mi juicio, utilizar el nombre gené-

rico de estructuras laminares para todas aquellas en las que el espesor sea muy pequeño con respecto a las otras dos dimensiones, y restringir las denominaciones de estructura de cascarón a aquellas estructuras laminares que fueran capaces de trabajar, en condiciones normales de carga, con esfuerzos de membrana solamente; es decir, sin que se produzcan flexiones de la lámina. Llámense esfuerzos de membrana a aquellos que se reparten de manera uniforme en el espesor de la lámina y actúan paralelamente al plano tangente de la superficie de la misma en cada punto.

La condición necesaria, aunque no siempre suficiente, para que no existan flexiones, es que la superficie que constituye el cascarón sea de doble curvatura; es decir, que tenga una forma geoméricamente inmutable mientras no se produzcan alargamientos ni acortamientos considerables. Con los materiales relativamente inextensibles que se emplean en construcción con el hormigón armado especialmente, tales variaciones longitudinales sólo son posibles cuando los esfuerzos de membrana (de compresión o de tracción) alcanzan valores muy grandes que sobrepasen el límite elástico del material. Quiere esto decir que, si es posible analizar los esfuerzos de membrana que se producen en una estructura de cascarón, y si los esfuerzos resultantes no sobrepasan los valores admisibles, no pueden aparecer flexiones que tendrían que venir acompañadas de cambios de forma o de curvatura de la lámina, y no es necesario, por tanto, recurrir a la teoría general de flexión para el estudio de la estructura. Es curioso cons

tatar el hecho de que la mayoría de los estudios teóricos no parecen tener en cuenta las propiedades o características de la forma geométrica, ni la imposibilidad práctica de que puedan coexistir, el régimen elástico, esfuerzos de flexión y de membrana. Para que puedan aparecer los primeros y actuar en régimen elástico, es preciso que los segundos hayan pasado al régimen plástico y, por lo tanto, todo el preciosista artificio matemático de la teoría general de flexión cae por su base.

UNA demostración intuitiva de lo anterior puede obtenerse considerando una cúpula de revolución con cargas paralelas a su eje y simétricas al rededor del mismo. Para que puedan aparecer flexiones o cambios de curvatura en los meridianos, por ejemplo, es necesario que ciertos paralelos se acorten y otros se alarguen. Obsérvese también lo que ocurre al tratar de producir una abolladura en una esfera, aplicando una presión concentrada en uno de sus puntos. Es preciso en este caso, que los círculos inmediatos al punto de aplicación de las fuerzas se alarguen sustancialmente, para dejar pasar, a través de ellos una superficie que es mayor que su propia área. Esto es perfectamente posible en una pelota de hule, que está hecha de un material muy extensible, pero no puede ocurrir en otra de hormigón hasta que los esfuerzos de tracción a lo largo de tales circunferencias hayan sobrepasado el límite elástico del material.

- -

FORMA INMUTABLE.

En resumen, puede decirse que una superficie de doble curvatura, completamente flexible pero inextensible, tiene una forma inmutable bajo la acción de cargas cualesquiera. No tiene sentido, por tanto, pretender extender el concepto de funicular a las superficies, procurando que se adapten a la distribución de las cargas permanentes y dando lugar a las superficies llamadas velarias o antivelarias. Así como un arco es una estructura lineal, solamente puede trabajar con esfuerzos directos o de membrana, sin flexiones, cuando su forma coincide con el funicular de sus cargas, una estructura superficial de doble curvatura desarrolla esfuerzos de membrana exclusivamente bajo cualquier sistema de cargas. Es esta una propiedad que la naturaleza aprovecha, puesto que todos los cascarones naturales, y muy especialmente los pétreos, como un huevo o un caracol, adoptan formas de doble curvatura. Ya que no es necesario, en este caso, que la lámina tenga resistencia alguna a la flexión, el espesor de la membrana puede reducirse al mínimo que sea constructivamente posible y económico, consiguiéndose de este modo las dos ventajas fundamentales de este tipo de estructuras; reducción del peso propio y posibilidad de adaptación en su comportamiento estructural a casos de cargas no previstas, sin salirse del régimen de membrana. Teniendo en cuenta que este régimen de trabajo es fundamentalmente más económico que el de flexión, puesto que los esfuerzos se reparten uniformemente en la sección, las superficies de do-

ble curvatura resultan ser las más interesantes desde el punto de vista estructural y las únicas que debieran llamarse casca-
rones .

Otro grupo de superficies curvas que se utilizan mucho en construcción son las de curvatura simple; cilindros, conos y en general, todas las superficies desarrollables que, como su nombre lo indica, se obtienen enrollando una lámina plana. Es evidente que en este caso, lo único que se opone a la modificación original de origen es la rigidez a la flexión de la propia lámina. Si consideramos que la lámina es flexible, su forma es totalmente inestable, y bastan pequeñas deformaciones o cambios de curvatura de su sección recta. Para estabilizar la forma es necesario introducir elementos ajenos a la propia lámina, como timpanos o arcos de rigidez, a distancias relativamente cortas. La naturaleza nos proporciona un ejemplo muy claro de la necesidad de este proceso en las cañas de bambú, con sus diafragmas rígidos a pequeños intervalos. Cuando los timpanos de rigidez se disponen a distancias considerables, como en el caso de las bóvedas cilíndricas largas, los cambios de forma de la de las secciones o directrices curvas, en la parte central del claro entre dos timpanos, sólo pueden contrarrestarse por la resistencia a la flexión de la lámina misma, puesto que el efecto de la rigidez torsional de la bóveda desaparece a una corta distancia de los timpanos rígidos.

La diferencia fundamental entre el comportamiento estructural de las superficies de curvatura sencilla y las de curvatura doble, puede apreciarse muy claramente observando la manera de romperse de abas. Las primeras se rompen por flexión; las segundas p por alargamiento.

Estas consideraciones demuestran que las superficies desarrollables, no teniendo una forma geométricamente estable, no pueden considerarse como membranas, ni calcularse su esfuerzos en régimen de membrana como preconiza la teoría alemana Blá nica, que ha sido sancionada oficialmente en fecha reciente con la publicación de un manual basado en ella por la A.S.C.E.

En ciertos casos, como en el de las bóvedas cilíndricas cortas de directriz antifunicular de las cargas permanentes la estructura puede funcionar ocasionalmente en régimen de membrana para dicho estado de cargas, pero; tan pronto como aparecen las cargas vivas con distribución diferente, se altera este equilibrio inestable y se originan flexiones de la lámina. En realidad, esas bóvedas cortas funcionan del mismo modo que las bóvedas tradicionales de piedra, en las que se procuraba que las líneas de presiones o antifunicular de las cargas, estuviera aplicada dentro del núcleo central de cada dovela. Como en estas bóvedas de piedra el peso propio era enorme, las posibles cargas vivas eran de un orden de magnitud mucho menor que y su intervención no alteraba fundamentalmente la línea original de presiones. En cambio, en las modernas bóvedas de hormigón, de espesor insignificante, el peso propio es equiparable, y a veces menor, que

las cargas vivas (vientos, nieves, etc.). La acción de éstas provoca, por tanto, alteraciones considerables de la línea de presiones, que se sale totalmente de la sección, provocando flexiones en la lámina y la necesidad de aumentar el espesor de la misma. Para claros grandes no es posible aumentar el espesor tanto como los momentos exigen, y hay que disponer arcos rígidos a distancias que se determinan empíricamente.

En las bóvedas cilíndricas largas, que funcionan estructuralmente como vigas huecas de sección circular, aparecen siempre flexiones transversales en las secciones alejadas de los apoyos, como resultado del planteamiento del equilibrio estático entre las cargas que actúan en una faja transversal y la diferencia de esfuerzos cortantes entre las dos secciones que limitan dicha faja. Como es sabido, las cargas que actúan en cada faja tienen que estar en equilibrio con la diferencia de esfuerzos cortantes. Sin embargo, las primeras son verticales y las segundas tangentes a la curva directriz. Por consiguiente, los momentos que ambos sistemas de fuerzas producen aún siendo de sentidos opuestos, no pueden ser iguales porque el brazo de palanca de las primeras fuerzas es mayor que el de las segundas. Estas flexiones pueden eliminarse mediante la disposición de vigas de borde o la consideración de la continuidad entre dos bóvedas contiguas, pero existen de todos modos y deben tomarse por la lámina, lo que obliga a dar a la misma un espesor substancial.

ESTRUCTURAS PRISMÁTICAS.

Todavía puede apreciarse mejor esta situación en las estructuras prismáticas, formadas por losas dobladas que funcionan como vigas laminares. Es evidente que, considerando en ellas las aristas como apoyos para las losas en el sentido transversal estas losas deben trabajar a flexión entre tales apoyos, solicitadas por las componentes de las cargas normales de las losas.

La estructura laminar mas sencilla es la losa plana horizontal, pero no podría considerarse nunca como cascaron puesto que su acción estructural depende exclusivamente de su capacidad para resistir flexiones. Partiendo de esta forma como caso límite, encontramos una gama de estructuras en las que parte de las cargas se transmite a los apoyos por esfuerzos directos o de membrana, pero en las que otra parte de las cargas solicita a flexión a la propia lámina, hasta que llegamos a las estructuras formadas por superficies de doble curvatura en las que toda la carga se transmite a los apoyos por esfuerzos de membrana, sin aparecer flexiones hasta que no se alcanzan los estados inmediatamente previos a la ruptura.

La progresión entre ambos casos puede establecerse del siguiente modo :

- A.- Losas planas horizontales. (esfuerzos de flexión exclusivamente)
- B.- Estructuras prismáticas o losas dobladas. (régimen mixto de esfuerzos de membrana y flexión)
- C.- Bóvedas cilíndricas, cónicas, y superficies desarrollables en general. (régimen mixto de esfuerzos de membrana y

D.- flexión, con tendencia al predominio de los primeros)
Superficies de doble curvatura. (esfuerzos de membrana solamente, siempre que la disposición de la estructura y de sus apoyos sea la correcta y los valores de los esfuerzos no excedan a los límites admisibles)

Las superficies de doble curvatura, que dan lugar a las estructuras de cascarón propiamente dichas, se clasifican, de acuerdo con su forma, en dos grandes grupos:

- 1°.- Superficies sinclásticas, también llamadas elípticas por la forma de la ecuación que las representa, en las que las dos curvaturas principales en cada punto están dirigidas en el mismo sentido. El ejemplo más explícito de este tipo es la cúpula esférica.
- 2°.- Superficies anticlásticas o hiperbólicas, en las que ambas curvaturas principales van dirigidas en sentidos opuestos, como en una silla de montar. Quizá el ejemplo más claro y conocido sea el hiperboloide de una hoja, que se obtiene retorciendo un cilindro formado por hilos sujetos en dos círculos de bases, dando lugar a una figura parecida a un diábolo.

Ambos grupos de superficies comparten la propiedad de ser capaces de trabajar en régimen de membrana exclusivamente, lo cual las hace muy apropiadas considerándolas desde un punto de

Esta parsamente genérico y abstracto para cubrir grandes espacios con un mínimo de material y, por tanto, de peso. Sin embargo, para la utilización de tales superficies en construcción, no podemos pasar por alto una serie de circunstancias aleatorias que dependen del lugar; como el clima, el grado de evolución de la industria de la construcción que puede estar más o menos mecanizada, el costo de la mano de obra, los materiales usuales y económicos, etc., y que pueden influir en la elección de la forma. Desde un punto de vista más universal, el factor decisivo para la decisión sobre la forma estructural es el estado real de la técnica analítica que ha de servirnos para la investigación previa de los esfuerzos en las estructuras que pretendamos construir con tales superficies.

De entre todas estas circunstancias, las primeras se refieren principalmente al costo y, puesto que este no es un factor decisivo en muchos casos de edificios suntuarios, no constituyen una limitación rigurosa para la utilización de ciertas formas. En cambio, el último punto, la posibilidad real de cálculo, coarta definitivamente la libertad para el uso de formas arbitrarias, puesto que largos años de estar en la creencia, más o menos ilusoria, de que conocemos lo que ocurre en una estructura, nos obliga a tratar de determinar analíticamente el probable valor de las fuerzas que actúan en ellas, antes de decidimos a construir las.

Ante la complejidad del problema matemático de el inten

to de cálculo analítico plantea usualmente, hay muchos que abogan por el empleo de pruebas sobre modelos reducidos, creyendo hallar en éstas un método cómodo de eludir dificultades que se antojan insuperables y, sobre todo de evitarse la penosa tarea de pensar. Quienes tal cosa proponen, olvidan las limitaciones y el alcance real de tal procedimiento.

En primer lugar, los modelos deben ser hechos con el mismo material de la estructura definitiva, lo cual obliga a ejecutarlos a escala bastante grande, con un coste elevado. En segundo lugar, para que una prueba tenga éxito es necesario que conozcamos muy bien de antemano que es lo que se busca.

LIMITACIONES DE LOS MODELOS.

En realidad, el modelo sólo puede servirnos para comprobar aproximadamente si las condiciones de trabajo son las mismas que hemos supuesto o determinado por otros procedimientos. Téngase en cuenta que lo que importa, generalmente, no son los esfuerzos en la lámina, que suelen tener valores insignificantes, sino que las fuerzas que éstos transmiten a las piezas de borde o a los apoyos. Sin conocer, al menos, el orden de magnitud y la probable dirección de tales fuerzas, no es posible dimensionar las piezas de borde o, inclusive, decidir si es posible suprimirlas. Pero el tamaño, la disposición de la armadura y, por consiguiente, las deformaciones de estas piezas, influyen decisivamente en el reparto de esfuerzos en la lámina y en el comportamiento del conjunto es-

estructural, por lo que, sin conocer aquellos datos, difícilmente podemos llegar a conclusiones que tengan alguna utilidad.

No puede referirse aquí, con detalle, a las complicaciones que da lugar el cambio de escala, que obliga a cargar el modelo con pesos que no son proporcionales a los de la estructura real, ni a las dificultades de interpretación de los resultados, por la imprecisión en la medida de las deformaciones y la incertidumbre en la correspondencia entre éstas y los esfuerzos. En este sentido, el único recurso es suponer que los materiales son perfectamente elásticos y que el régimen de trabajo es tal que los esfuerzos no sobrepasan los límites elásticos en ningún punto, supuesto sabido obviamente falso. Todo ello contribuye a que las pruebas sólo sirvan como un medio auxiliar de certificar la justesa de nuestros cálculos o hipótesis previos, pero, de ninguna manera, como base para un análisis inicial.

--0--

LAMINAS DELGADAS EN "LADRILLO ARMADO"

G. Mattoni

Società Fornaci Valdadige, Verona, Italia

Extracto de la revista "Técnica y Creación" # 5. (Pg. 84.)

Este material está en vías de expresarse en las estructuras autosoportantes, llamadas también cáscaras, en las que el régimen principal de las sollicitaciones está constituido por esfuerzos simples de compresión, de tracción y de cizalle, mientras que los momentos flectores, en general, juegan un papel secundario.

Es sabido que el ladrillo, viejo material de construcción, se fué convirtiendo poco a poco en un magnífico aliado del concreto armado, integrándose a la formación de estructuras para las que no parecía apropiado.

El ladrillo plano de uso común, que constituye muros en su forma más simple, ha sufrido un aumento de resistencia a través del tiempo y de un trabajo exclusivamente a la compresión, ha sido diseñado para resistir cizalle y aún, tracción. En esta forma, la arcilla conocida, disminuida al ser usada en losas como material de rellenos, dada su característica primitiva, al alcanzar una resistencia a la compresión de 1200 a 1400 kgs/cm², no se detiene solamente en la aplicación como material inerte. El ladrillo pasa a constituir una eficaz armadura de tracción en elementos que hacen de brazo de palanca y con un peso muy reducido.

Losas de 15 metros y bóvedas cilíndricas hasta de 45 m de luz, en cerámica armada son las pruebas evidentes, de lo que se puede alcanzar con tal material. El ladrillo, logrando un éxito indiscutido, reemplaza en muchos casos al hormigón armado y aún es empleado en elementos en principio prohibitivos, como las estructuras autoportantes.

En estas estructuras autoportantes, delgadas o cáscaras, indicadas para cubrir grandes luces, en que los regímenes de carga son fundamentalmente de compresión, tracción y cizalle, mientras que los momentos de flexión son sollicitaciones secundarias, se temía que la colaboración mutua entre la arcilla y el hormigón sean dudosas, pero la experiencia práctica y las realizaciones de muestran lo contrario. Ha quedado demostrado que con este material las estructuras son valideras desde el punto de vista técnico, estético y económico.

Las formas que se obtienen en la práctica son innumerables: láminas de revolución, de traslación, concoidales, esféricas, hiperbólicas, etc. Actualmente en la producción de estructuras delgadas se ha recurrido a la prefabricación más avanzada que consiste en producir paneles de simple o doble curvatura en ladrillo-cemento armado.

Ejemplos claros de doble curvatura se encuentran en España y Rusia, aunque con conceptos de proyecto diferentes y de ejecución práctica particularmente diversas.

En Rusia, hace algunos años se realizan estructuras de

cúpulas (de doble curvatura positiva, o sea la tangencia de un plano con la superficie se produce a un mismo lado del plano) formadas de arcos unidos, secciones con sector de corona circular. Se trata de cúpulas de rotación obtenidas haciendo deslizar una generatriz curvilínea sobre una directriz generalmente en forma de arco de círculo, ambas con la concavidad hacia abajo, como está solara de superiormente. Estas estructuras rusas estaban compuestas por ladrillos prefabricados de 6,5 x 12 x 25 cms, y estaban destinadas a soportar grandes pesos.

Otras estructuras fueron realizadas con ladrillos de dimensiones mayores (39 x 19 x 9 cms) alcanzando luces no mayores a 19 metros.

En España se realizan estructuras de 30 metros de luz con un espesor no mayor a diez centímetros con ladrillo hueco a los que se le había colocado una armadura en los arcos principales.

La cúpula realizada en Italia tiene también treinta metros de luz y sólo siete centímetros de espesor. Mayores datos sobre esta estructura se detallan a continuación :

luz de la cúpula	30 ml
flecha 1/9	33ml
peso de la estructura	125 kg/m ²
acero de la estructura	4 kg/m ²
acero de la cadena	6 kg/m ²
peso del ladrillo	41 kg/m ²

cemento prefabricado	25 kg/m ²
cemento en obra	10 kg/m ²

---0---

CONTRIBUCIÓN A LA ARQUITECTURA NEUMÁTICA.

Texto de Frei Otto

Realización de Bird, Severud y Krüger.

(Extracto de la revista "Técnica y Creación" N° 5.- Pg. # 94.-)

La cúpula a que hago referencia, fue realizada por la comisión de Energía Nuclear (Atómica) de los Estados Unidos de N.A. y su tensión está asegurada por el inflado neumático. Está destinada a cine y tiene una capacidad de 300 personas en sus respectivas sillas. Se trata de una construcción desmontable y cómodamente transportable. Su realización se inspira seguramente en ejemplos que nos muestra la naturaleza; una fruta, por ejemplo, burbujas de aire, vasos sanguíneos, etc.

Una embarcación, es sin duda, la más primitiva construcción neumática. El primer testimonio es el balón de Montgolfier (año 1783), incursión empírica inicial en este campo. Los balones, los neumáticos de automóvil, dirigibles, cañones y colchones neumáticos inflables, estanques hidroneumáticos son, sin duda la base para grandes industrias.

El ingeniero investigador Frederick William Lanchester patenta en 1917 sus esferas inflables para construir hangares.

Después de la última guerra, Herbert H. Stevens ha tratado de desarrollar estos principios en los Estados Unidos.

Fue Walter Bird quien realizó la primera aplicación práctica, construyendo cúpulas neumáticas en forma cilíndrica y esféricas y a quien corresponde el mérito de su puesta a punto.

Existen actualmente cúpulas inflables en América Latina en forma muy escasa, encontrándose éstas en América del Norte y en Europa.

--0--

EDIFICIO SEDE DE LAS NACIONES UNIDAS PARA LA AMÉRICA LATINA.

(Citaación extractada de la revista "Técnica y Creación # 9.-Pg.49.)

" La marquetería de entrada (llamada Teja) deriva su forma de triple curvatura a las líneas de tránsito de vehículos y de las necesidades de evacuar las aguas lluvias en un solo punto a modo de un paraguas invertido. Esta estructura es un contrapunto plástico que alivia la definición exterior prismática del quillo cuadrado y anuncia simultáneamente el carácter escultórico de los edificios centrales. Es una leca cáscara que reposa ligera como una gran hoja autoseportante sobre dos viguetas voladizas que emergen por debajo del quillo.

--0--

CONSTRUCCION DE ESTRUCTURAS LAMINARES EN MADERA EN GRAN BRETAÑA.

H. Tottenham, M. A.

Publicada en "Bulletin of the International Association for Shell Structures N° 7.-

(Extractado de la traducción de I. Román.- "Técnica y Creación # 10.

La razón fundamental para el rápido desarrollo de estas construcciones, es, sin duda, el factor económico. El coste de la lámina de madera es, en todos los casos, menor que la que se podría realizar en hormigón, aún en luces reducidas. La estética ha jugado también un papel de importancia y ha influido en el aumento de demanda de esta solución arquitectónica.

Se describen a continuación algunas de estas estructuras erigidas:

Láminas paraboloides-hiperbólicas.

- Fábrica Wilton Royal Carpet. Ltd, en Wilton, Wiltshire. Esta cubierta tiene 35 x 35 metros y consiste en cuatro unidades de paraboloides hiperbólicos. Cada unidad se apoya en sus dos esquinas bajas y en cada pilar confluyen apoyándose dos unidades de cubierta. Estas constan de vigas de borde, lámina y tirante, de 25,4 x 15 cms. Las vigas aunque rectas fueron sometidas a una torsión de 24° (veinte y cuatro grados) entre ambos extremos. Las mitades de la viga, superior e inferior, se confeccionaron simultáneamente para asegurar un completo ajuste entre sí y una mejor unión a la lámina.

La membrana misma, consta de tres capas de tablas de

1,5 cm (3/4"), machihembradas. Las capas externas fueron colocadas en el sentido de las directrices unas y las otras en el sentido de las generatrices, finalmente la capa intermedia fue colocada diagonalmente en sentido paralelo a la unión de los apoyos. Así las capas externas están sometidas a tracción y la intermedia a compresión. Las tablas se colocaron sobre un alzaprimado de tubos a 0,60 metros entre sí (a ejes). Los empalmes longitudinales de tablas se hizo a no menos de 0,90 metros con los empalmes de las tablas adyacentes y en forma muy ocasional. El conjunto fue encolado y clavado. Para evitar el desplazamiento de los pilares por efecto de carga, se afianzó con tirantes de acero dulce de 6 mm de diámetro. Este tirante se suspendió de las vigas de borde con simples soportes colgantes. La estructura total, calculada con un peso de 25 kgs/m² está cubierta con tres capas de fieltro bituminoso con un remate de gravilla.

- Fábrica en Haughley Park, Suffolk.

Estructura similar a la anterior, cuya primera etapa ya concluida, cubre 2.400 m², la segunda etapa cubrirá 750 m² más, y en total serán 5.200 m². Las unidades de paraboloides hiperbólicos miden 13,7 x 13,7 metros en planta. El andamiaje, más simple que el anterior, consistió en un entramado tubular, a una altura de 0,60 m bajo el punto más bajo de la cubierta. A esta altura se materializó una plataforma de trabajo. Sobre ésta se construyó un entramado de madera prefabricada colocada a 3,30 metros a ejes y sobre vigas de madera separadas 6,60 metros entre sí. Los elementos del

moldaje fueron precortados y ensamblados. Los tirantes fueron barras Macalloy de alta resistencia suspendidas desde la cubierta en tres puntos.

Una vez constituida la estructura de la lámina se agujeró con 25 cuadrados de 46 x 46 cms para proveer el recinto de luz natural. Estas aberturas fueron provistas de refuerzos de box de, y finalmente diremos que las maderas fueron tratadas a presión con sales ignífugas.

- Escuela primaria Chentry, Ipswich.

La cubierta del paraboloides hiperbólicos basadas en unidades standard cuadradas de 7,60 x 7,60 metros cubre una sala de reuniones de cuatro unidades y tres bloques de salas de clases de dos unidades. La cocina está construida en unidades especiales de 6,40 x 7,60 metros.

Debido a la luz reducida, se usaron dos capas de tablas de una pulgada (2,5 cm) de espesor, y la particularidad de esta estructura es la que las tablas fueron dispuestas en sentido diagonal, lo que significó que hubo que curvarlas, lo que no fué mayor problema debido al gran radio de curvatura.

- Granja Argent Manor, Stutton, Suffolk.

El corral que aquí se cubrió, tiene 15,30 x 12,20 metros y consta de seis unidades de paraboloides hiperbólicos de planta cuadrada, de 6,10 x 6,10 metros. Las unidades se dispusieron de tal modo que los aleros quedaron prácticamente horizontales. La novedad de este ejemplo es la separación de las tablas para dar ventilación al recinto. No se usó ningún tipo de membrana impermeable.

- Laboratorio de Luminación, Asociación para el fo

ANEXO: El contenido que va de la página 29 a la 48 corresponde a un resumen elaborado por el Prof. Flavio Gutiérrez.

2.2. ANALITICA. - SUPERFICIES.

- 1°.-Definición General.
- 2°.-Clasificación según el Grado.
- 3°.-Superficies Regladas y No Regladas (Desarrollables y Albeadas).
- 4°.-Curvatura total.- Condición necesaria y suficiente para que una Superficie sea desarrollable.
- 5°.-Superficie de Segundo Grado o Cuádrica.
- 6°.-Hiperboloide de una Hoja.
- 7°.-Conos y Conoides; Cilindros y Cilindroides.
- 8°.-Curvas de Nivel (Cotas).
- 9°.-Líneas de Pendiente (Perfiles).
- 10°.-Clasificación de las Superficies según su Curvatura.

SUPERFICIES.

DEFINICION.- (1°.-)

Una superficie S está definida, de una manera general por un sistema de tres ecuaciones

$$\begin{aligned}(1^{\circ}) \quad & x = f(u, v), \\ & y = g(u, v) \\ & z = h(u, v).\end{aligned}$$

donde x, y, z son las coordenadas rectangulares de un punto P de esta superficie; u, v , dos parámetros variables en un cierto recinto rectangular. Si las tres funciones f, g, h , son funciones de variables reales u, v , continuas y positivas de derivadas parciales continuas, (excepto en puntos excepcionales), hasta la de orden r , la superficie S se dice que es de clase r .

Ejemplo:

Las tres ecuaciones:

$$x = u + v$$

$$y = u - v$$

$$z = 4uv$$

representa un paraboloides hiperbólico (figura lámina I.), superficie de clase 2.

Un punto del paraboloides por ejemplo:

$$x = 2,$$

$$y = 0,$$

$$z = 4.$$

tomando $u = v = 1$.

A veces es más cómodo trabajar con una sola ecuación de la forma

$$(2^\circ) \quad F(x, y, z) = 0$$

que se consigue eliminando u, v en (1°)

(2°) Por ejemplo, en las ecuaciones del paraboloides hiperbólico citado, tenemos :

$$x^2 - y^2 = z$$

(2°.-) CLASIFICACION DE UNA SUPERFICIE SEGUN EL GRADO.

Si la ecuación $F(x, y, z) = 0$ es algebraica de grado n , la superficie se dice de grado n .

Tenemos así:

El plano....., $Ax + By + Cz + D = 0$., de 1er. grado
La esfera....., $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$, de 2°. grado
Paraboloides hiperbólico $z = x^2 - y^2$, de 2°. grado
La superficie...., $az^2 = x^2y$, de 3er. grado
etc...

(ver figura lámina II.).

El grado de una superficie puede visualizarse geométricamente por la siguiente particularidad :

A una superficie de grado n , una recta la penetra n veces o simplemente en n puntos, reales e imaginarios. Una recta penetra al plano en un solo punto, a la esfera en dos puntos, etc.,

(ver figura lámina II.).

(3°.-) SUPERFICIES REGLADAS DESARROLLABLES Y NO DESARROLLABLES O ALABEADAS.

Superficies regladas son aquellas engendradas por el movimiento de una recta en el espacio (recta generatriz) que se apoya en otro elemento, fijo llamado directriz.

Ejemplos:

Cilindros, conos, paraboloides hiperbólicos, conoides

Superficies no regladas o alabeadas, las cuales son engendradas por el desplazamiento de una curva, plana o alabeada, (generatriz), sobre una directriz también curva. Sobre ellas no se puede dibujar una línea recta.

Ejemplos:

Esferas, elipsoides, paraboloides, hiperboloides de dos mantos, etc.

Una superficie es desarrollable si es susceptible a ser desplegada sobre un plano, sin pliegues ni desgarramientos. Se puede demostrar que toda superficie engendrada por una línea recta (reglada) es desarrollable cuando dos generatrices infinitamente próximas, se cortan, o sea cuando dos generatrices consecutivas están situadas en un mismo plano.

Ejemplos:

Superficie cilíndricas, superficies cónicas, helicoides desarrollables, etc.

Existen tres clases de superficies desarrollables:

- 1°- Los conos.
- 2°- Los cilindros y
- 3°- Las desarrollables llamadas generales o tangenciales, denominando así a una desarrollable que es lugar geométrico de las tangentes a una curva C . La curva C recibe el nombre de arista de retroceso de la desarrollable.-

(4°.-) Líneas de curvatura.

CURVATURA TOTAL.- Condición necesaria y suficiente para que una superficie sea desarrollable.

Sea una superficie S una superficie dada y C una curva sobre S .

Se llama normalia de directriz C , la superficie reglada engendrada por la normal a S , cuyo pie describe la curva C . Si esta normalia es desarrollable, la curva C se llama línea de curvatura de S . Por cada punto P de S pasan dos líneas de curvatura ortogonales entre sí, llamadas direcciones principales.

La curvatura de una curva en un punto P se expresa por la derivada del vector tangente en P respecto al arco. κ se designa por K .

Así, siendo $\vec{r} = \vec{r}(s)$ una curva en el espacio,

$s = \text{arc } P_0P$, y $\vec{T} = \frac{d\vec{r}}{ds}$ el vector unitario tangente en P ,

la curva K es, por definición:

$$\frac{d\vec{T}}{ds} = \frac{d^2\vec{r}}{ds^2} = K \vec{N}$$

Siendo \vec{N} el vector unitario normal a la curva.

Entonces una condición necesaria y suficiente para que un curva sea una línea recta es $K = 0$, en todos sus puntos.

Sean C_1, C_2 dos líneas de curvatura sobre una superficie S en el punto $P(u, v)$; K_1, K_2 sus curvaturas. Se llama curvatura de S en P al producto

$$K = K_1 \times K_2 \quad (\text{Gauss})$$

Ejemplo 1).

Para la esfera. La curvatura de un meridiano es

$$K_1 = \frac{1}{R} \quad \text{y la de un paralelo es}$$

$$K_2 = \frac{1}{R} \quad \text{La curvatura de la esfera es, entonces}$$

$$K = \frac{1}{R^2} = \text{Constante}$$

Ejemplo 2).

Para el plano $K_1 = K_2 = 0, K = 0.$

Ejemplo 3).

Para el cono $K_1 = 0, K_2 \neq 0, K = 0.$

Ejemplo 4).

Para el cilindro $K_1 = 0, K_2 \neq 0, K = 0.$

En general: Para toda superficie desarrollable, la curvatura gaussiana es $K = 0$, e inversamente, si una superficie tiene su curvatura gaussiana constantemente nula en todos sus puntos, entonces es una superficie desarrollable.

Ejemplo 5).

Para el paraboloides hiperbólicas

Sus ecuaciones son

$$x = u + v$$

$$y = u - v$$

$$z = uv$$

Aplicando la fórmula

$$K = \frac{EG - F^2}{\sqrt{EG - F^2}}$$

que da la curvatura de Gauss, se tiene :

$$K = \frac{2}{\sqrt{(2+u^2)(2+v^2)} - 1} \neq 0$$

Es decir, el paraboloido hiperbólico es una superficie reglada, pero no desarrollable.

En la fórmula de la curvatura gaussiana o curvatura total :

$$K = \frac{eg - f^2}{\sqrt{EG - F^2}}$$

cada letra significa lo que sigue :

$$E = \left(\frac{\partial x}{\partial u}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial u}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial u}\right)^2$$

$$F = \frac{\partial^2 x}{\partial u \partial v} + \frac{\partial^2 y}{\partial u \partial v} + \frac{\partial^2 z}{\partial u \partial v}$$

$$G = \left(\frac{\partial x}{\partial v}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial v}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial v}\right)^2$$

$$e = \frac{\begin{vmatrix} \frac{\partial^2 x}{\partial u^2} & \frac{\partial^2 y}{\partial u^2} & \frac{\partial^2 z}{\partial u^2} \\ \frac{\partial x}{\partial u} & \frac{\partial y}{\partial u} & \frac{\partial z}{\partial u} \\ \frac{\partial x}{\partial v} & \frac{\partial y}{\partial v} & \frac{\partial z}{\partial v} \end{vmatrix}}{\sqrt{EG - F^2}}$$

$$r = \frac{\begin{array}{ccc} \frac{\partial^2 x}{\partial u \partial v} & \frac{\partial^2 y}{\partial u \partial v} & \frac{\partial^2 z}{\partial u \partial v} \\ \frac{\partial x}{\partial u} & \frac{\partial y}{\partial u} & \frac{\partial z}{\partial u} \\ \frac{\partial x}{\partial v} & \frac{\partial y}{\partial v} & \frac{\partial z}{\partial v} \end{array}}{\sqrt{EG - F^2}}$$

$$s = \frac{\begin{array}{ccc} \frac{\partial^2 x}{\partial v^2} & \frac{\partial^2 y}{\partial v^2} & \frac{\partial^2 z}{\partial v^2} \\ \frac{\partial x}{\partial u} & \frac{\partial y}{\partial u} & \frac{\partial z}{\partial u} \\ \frac{\partial x}{\partial v} & \frac{\partial y}{\partial v} & \frac{\partial z}{\partial v} \end{array}}{\sqrt{EG - F^2}}$$

Ahora, podemos decir que que la condición necesaria y suficiente, para que una superficie sea desarrollable es, que se cumpla

$$rs - r^2 = 0 \quad (\text{curvatura total nula}).$$

(5°.-) SUPERFICIES DE SEGUNDO GRADO O CUADRICAS

(Ref. Smith and Gale, "Geometria analitica." Capitulo XXII.)

La superficie definida por la ecuación más general de 2° grado entre x , y , z cuya forma es:

$$(1-) \quad Ax^2 + By^2 + Cz^2 + 2Dyz + 2Ezx + 2Fxy + 2Gx + 2Hy + 2Iz + K = 0$$

lleva el nombre de 2° grado o cuádrica.

Es fácil demostrar que la intersección de una superficie cuádrica con un plano es una cónica o una cónica degenerada.

Puesto que el cono es una superficie de 2° grado se deduce de lo anterior que si se corta un cono de revolución por un plano, la intersección será un círculo, una elipse, una parábola o una hipérbola según, si el plano es normal al eje del cono y corta todas sus generatrices, solo corta todas sus generatrices, es paralela a una de ellas o sea paralela a dos generatrices. (Ver lámina # 2).

Simplificación de la ecuación general. Si la ecuación (1-) se transforma por rotación de los ejes, los nuevos ejes pueden ser elegidos en tal forma que los términos en yz , zx , xy desaparezcan. La ecuación se reduce a :

$$(2-) \quad A'x^2 + B'y^2 + C'z^2 + 2G'z + 2H'y + 2I'z + K' = 0 .$$

transformando a su vez esta ecuación (2-) por translación de ejes,

la ecuación se convierte en :

$$(3-) b. \quad A''x^2 + B''y^2 + 2I''z = 0$$

o en

$$(3-) a. \quad A''x^2 + B''y^2 + C''z^2 + K'' = 0$$

Si todos los coeficientes de (3.a y 3.b) son diferentes de cero ($\neq 0$), estas dos relaciones pueden escribirse, respectivamente:

$$(3.c.) \quad \pm \frac{x^2}{a^2} \pm \frac{y^2}{b^2} \pm \frac{z^2}{c^2} = 1$$

$$(3.d.) \quad \frac{x^2}{a^2} \pm \frac{y^2}{b^2} = 2 \text{ o } z.$$

Si uno, o varios de los coeficientes de (3.a y 3.b.) son nulos, se dice que la superficie es una cuádrica degenerada.

Por ejemplo:

Si en (3.a.): $K'' = 0$, y A'' , B'' , C'' positivos, la superficie se reduce al punto $(0,0,0)$.

Las cuádricas no degeneradas son :

- # 1- Elipsoide $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$ (Lám. 4-5-6)
- 2- Hiperboloide de una hoja $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$ (Lám. 10-12)

- 3- Hiperboloides de dos hojas $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$ (lám. 13-14.)
- 4- Paraboloides elípticos $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 2cz$ (lám. 8.)
- # 5- Paraboloides hiperbólicos $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 2cz$ (lám. 9.)

NOTA: # esta designación indica que la superficie es reglada.

(6°.-) EL HIPERBOLOIDE DE UN MANTO.-

Estudiaremos con más detalle el hiperboloides de un manto, puesto que esta superficie la utilizaremos en el replanteo en obra.

Esta superficie pertenece a la familia de las superficies regladas, puede ser generada por una recta que se mueve apoyándose constantemente sobre tres rectas fijas, (generatrices sobre directrices), o bien por el movimiento de una recta en torno a un eje en forma tal que los puntos de las generatrices describan elipses semejantes.

Su ecuación es:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1 \quad (\text{lám. 10-12})$$

Si igualamos los términos constantes a y b en esta ecuación se obtiene el hiperboloide de revolución (de un manto), cuya ecuación es:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1 \quad (\text{lám. II. - })$$

Discusión de la ecuación.-

1- La superficie es simétrica respecto a cada uno de los planos coordenados y de los ejes y también con respecto al origen;

2- Si se corta por un plano $Z = \pm k$ (paralelo a xy)

se tiene : $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 + \frac{k^2}{c^2}$ que es una elipse.

3- Si se corta esta superficie por planos $x = \pm a$, es decir, paralelos a yz, se obtienen hipérbolas.

4- Si la superficie se corta por planos $y = \pm b$, o sea paralelos a xz, igualmente se obtienen hipérbolas.

5- Si $a = b$, como se indicó anteriormente, el hiperboloide es una superficie de revolución cuyo eje se confunde con el eje Z, porque las secciones $Z = a$, son circunferencias.

6- Las ecuaciones:

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1 \quad , \quad -\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$$

representan hiperboloides cuyos ejes se confunden con el eje Y &

con el eje Z , respectivamente.

Generatrices Rectilíneas.

La ecuación del hiperboloide de una hoja, puede escribirse :

$$(1) \quad \frac{x^2}{a^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1 - \frac{y^2}{b^2}$$

Como esta ecuación puede obtenerse eliminando k en el sistema :

$$(2) \quad \frac{x}{a} + \frac{z}{c} = k \left(1 + \frac{y}{b} \right), \quad \frac{x}{a} - \frac{z}{c} = \frac{1}{k} \left(1 - \frac{y}{b} \right).$$

Y este sistema de ecuaciones representa un sistema de rectas, resulta que el hiperboloide de una hoja es una superficie reglada generada por el sistema (2). Pero la ecuación (1) puede obtenerse también de

$$\frac{x}{a} + \frac{z}{c} = k \left(1 - \frac{y}{b} \right); \quad \frac{x}{a} - \frac{z}{c} = \frac{1}{k} \left(1 + \frac{y}{b} \right)$$

de suerte que este hiperboloide puede considerarse generado de dos maneras diferentes, como superficie reglada, por el sistema:

$$L : \begin{cases} \frac{x}{a} + \frac{z}{c} = k \left(1 + \frac{y}{b} \right) \\ \frac{x}{a} - \frac{z}{c} = \frac{1}{k} \left(1 - \frac{y}{b} \right) \end{cases}$$

y por el sistema:

$$\frac{x}{a} + \frac{z}{c} = k \left(1 - \frac{y}{b} \right)$$

L':

$$\frac{x}{a} - \frac{z}{c} = \frac{1}{k} \left(1 + \frac{y}{b} \right)$$

El hiperboloide de una hoja es una superficie reglada, pero no es desarrollable, pues, como puede demostrarse :

$$eg - f^2 = \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} \times \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} - \left(\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} \right)^2 = - \frac{1}{z^4} \neq 0$$

con

$$z = \sqrt{\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - 1}$$

Observación:

La curvatura total K es negativa, pues

$$K = - \frac{1}{z^4 \sqrt{eg - f^2}}$$

(7°.-) OTRAS SUPERFICIES REGLADAS.

Conos y conoides, cilindros y cilindroides.

Ya se ha visto que una superficie es el lugar geométrico de las posiciones sucesivas de una línea que cambia de posición y así de forma, según una ley bien determinada, expresada por un sistema de ecuaciones :

$$x = f(u, v); \quad y = g(u, v); \quad z = h(u, v).$$

Lo más a menudo se reglamenta, al menos en parte, el movimiento de esta línea, llamada generatriz obligándola a moverse sin cesar sobre otras líneas fijas llamadas directrices.

Si la generatriz es una recta, la superficie es reglada.
Así tenemos: (lámina -)

1° El cono: Una superficie o cono es el lugar geométrico de las funciones sucesivas de una recta A_1SA que pasa siempre por un punto fijo S , llamado vértice y que se apoya sobre una línea fija AMB plana o alabeada. Aquí la generatriz es de forma constante, es una recta y una de las directrices se reduce a un punto S , el vértice.

Una superficie cónica tiene 2 mantos separados por el vértice.

2° Conoide: Es el lugar geométrico de los puntos determinados por una recta que se mueve paralelamente a un plano, apoyándose constantemente sobre una recta que penetra en el plano y sobre una curva que corta el plano.

Si la recta directriz es perpendicular al plano director, el conoide es recto. (caso de la fig. 15.-)

Las ecuaciones del conoide recto de la figura son:

$$\begin{array}{ll} x = v \cos \alpha & / (v \cos \alpha) \\ y = v \operatorname{sen} \alpha & / (v \operatorname{sen} \alpha) \\ z = f(\alpha) & / (f(\alpha)) \end{array}$$

Las curvas $r = \text{constante}$ son los puntos a una distancia r del eje z ; si $y = \text{constante}$, tenemos rectas.

Si en el ejemplo anterior se tiene:

$$r(u) = \sqrt{r^2 - a^2 \cos^2 u}$$

con r y a constantes, se tiene el cono recto, llamado cono de Wallis. (lámina 16.-)

$$O = V = a$$

$$U = u = u_1$$

3° El Cilindro: Superficie cilíndrica o cilindro es el lugar geométrico de las posiciones sucesivas de una recta AA' que se apoya sobre una línea fija ABC y permanece paralela a una dirección dada.

Una superficie cilíndrica puede ser considerada como el límite de una superficie cónica cuyo vértice se aleja al infinito.

Análiticamente, una superficie cilíndrica puede expresarse por una ecuación en la cual falta una variable y cuyas generatrices son paralelas al eje de la variable que falta.

Así $y = \cos x$, representa un cilindro de generatrices paralelas al eje Z . (Colatina)

$x^2 + y^2 = r^2$ es el cilindro de revolución de radio r , dibujado en la figura lámina .

(3°.-) CURVAS DE NIVEL O COTAS

Si el eje Oz está dirigido según la vertical, se llaman curvas de nivel a las reacciones de la superficie S por los planos horizontales $z = \text{constante}$. Si la superficie es

$$z = f(x,y)$$

y esta la cortamos por un plano

$$z = \lambda = \text{constante} .$$

La ecuación de las curvas de nivel resultantes es:

$$f(x,y) = \lambda$$

Lo que queda expresarse por la ecuación diferencial:

$$f'_x + y f'_y = 0$$

Por ejemplo, sea, el paraboloides de revolución:

$$z = x^2 + y^2$$

$$\text{Aquí: } f'_x = 2x$$

$$f'_y = 2y$$

y su ecuación diferencial es:

$$2x + 2yy' = 0$$

$$\text{o bien: } x + yy' = 0$$

$$\text{que puede escribirse: } x + \frac{1}{2} (y^2)' = 0$$

$$\text{De aquí: } (y^2)' = -2x$$

$$y^2 = -x^2 + \text{constante}$$

$$\text{O bien: } x^2 + y^2 = \text{constante.}$$

O sea que las líneas de nivel son circunferencias, como puede verse directamente de la ecuación de la superficie, que se proyectan en el plano xy según la familia de los círculos $x^2 + y^2 = r^2$.

(9°.-) LINEAS DE PENDIENTES O PERFILES

Según las líneas C tales que para cada punto de la superficie S , la tangente a C es perpendicular a la tangente de la línea de nivel que pasa por un punto.

La ecuación diferencial correspondiente a las proyecciones de líneas de pendiente sobre un plano x y y es:

$$\frac{dx}{f'_x} = \frac{dy}{f'_y}$$

Para el paraboloides $z = x^2 + y^2$, se detiene:

$$\frac{dx}{x} - \frac{dy}{y}$$

$$\left(\frac{dx}{x} - \frac{dy}{y} \right) \quad \text{lux} = \text{luy} + \text{luc}$$

o sea $x=cy$ que representa un haz de rectas por el origen.
(10°.-) CLASIFICACION DE LAS SUPERFICIES SEGUN SU CURVATURA TOTAL

La curvatura total o curvatura de Gauss es:

$$K = \frac{eg - f^2}{EG - F^2} \quad \text{que puede tomar los siguientes valores:}$$

1°) $K > 0$

2°) $K = 0$

3°) $K < 0$

Según esto podemos clasificar las superficies en 3 grandes categorías:

1°) $K > 0$, superficies de curvatura positiva tipo esfera

$$K = \frac{1}{R^2}$$

2°) $K = 0$, superficies de curvatura nula, como el plano, cilindro, cono y en general todo lo desarrollable.

3°) $K < 0$, superficies de curvatura negativa como el hiperboloide de un manto o sendas esferas.

(2.a.-) LA SUPERFICIE GEOMETRICAMENTE

DEFINICION - CLASIFICACION - PROPIEDADES GENERALES

La superficie puede ser considerada una película infinitamente delgada que separa total o parcialmente dos porciones de espacio. Esta podrá ser limitada o ilimitada según sean la naturaleza del elemento.

La superficie más elemental es el plano, el cual nos servirá de base en el estudio posterior de la mayoría de las superficies, como elemento constitutivo o infinitesimal superficies formando caras infinitamente pequeñas.

Este elemento plano será en consecuencia el plano tangente a la superficie a partir. Desde este mismo punto de tangencia podemos construir o determinar una recta normal al plano y será perpendicular a la superficie en cuestión.

CONTORNO APARENTE - Cono e cilindro circunscrito.

Consideremos una superficie S y un centro de proyección en el espacio finito o infinito, sistema cónico o cilíndrico respectivamente. Traemos rayos proyectantes tangentes a la superficie S y recibamos los impactos sobre un plano de proyección $P.P'$. En esta forma obtendremos sobre el plano $P.P'$, la proyección del contorno aparente de la superficie mencionada.

Las uniones desde el centro de proyección O y los infinitos puntos que forman el contorno aparente serán rayos

proyectantes y conformarán el cono circunscrito en un caso o el cilindro circunscrito en el sistema de proyección de rayos paralelos. Se les llama también cono o cilindro proyectantes.

- Definición de las características generales:

Superficie reglada, es aquella que se obtiene por el movimiento de una recta, siendo esta su elemento generador estas superficies se clasifican en dos grandes familias: desarrollables y alabeadas.

Definición de Superficies Regladas Desarrollables.

Tres son las características principales, siendo suficiente una sola de ellas para clasificar la superficie como desarrollable:

1. Son susceptible de juxtaponerse sobre un plano, no produciéndose pliegues ni rupturas de sus elementos constitutivos.
2. Dos generatrices infinitamente próximas se cortan o sea forman un plano. Este plano puede considerarse plano tangente a la superficie en cuestión. El plano es a la superficie lo que el elemento rectilíneo es a la curva.
3. El plano que es tangente a la superficie, lo es a lo largo de toda la generatriz.

Superficie Reglada Alabeada.

Dos son las características fundamentales de estas superficies :

1. Dos generatrices infinitamente próximas, se cruzan.

SUPERFICIES.



2. Dos planos tangentes, lo son solamente en un punto, o sea que para cada generatriz, habrá un haz de planos, que son tangentes proyectivos a la superficie, con la serie de puntos de contacto que correspondan sucesivamente.

Superficies Curvas.

Son aquellas que no siendo desarrollables ni alabeadas, se engendran por el movimiento de una curva y dan lugar a varios grupos de superficies, según sea la naturaleza de la generatriz, su ley de movimiento y su variación de forma.

Superficie Compuesta.

Es aquella en que intervienen dos o más superficies antes mencionadas y corresponderá al tecnico o proyectista la combinación de formas clásicas y armónicas para que cumplan con las exigencias de aplicación en cada caso requerido.

Superficies Poliedricas.

Estan compuestas por caras planas que a su vez están limitadas por aristas rectas.

Superficies radiadas.

Se consideran superficies radiadas a aquellas que se engendran por el movimiento de una generatriz recta que pasa por un punto y se apoya desliziándose sobre una directriz curva, plana o alabeada (curva alabeada = cuatro puntos infinitamente próximos de la curva no son coplanares). En el caso de tratarse de una curva

una curva alabeada, el vértice de radiación podrá encontrarse situado sobre la directriz misma. Se establecerá una diferencia: si el vértice es un punto real, la superficie es cónica; si el vértice es un punto impropio la superficie será cilíndrica.

Superficies tangenciales.

Es una superficie reglada desarrollable cuyas generatrices rectilíneas son las intersecciones consecutivas de dos posiciones del plano generador infinitamente próximo.

Superficies de Igual Pendiente. LAM. 19

Es aquella que se genera por el desplazamiento de un cono recto de base circular, cuyas posiciones consecutivas mantienen sus ejes paralelos y cuyo vértice se encuentra en una curva plana o alabeada.

Esta superficie es comparable a la que se obtiene vertiendo un material homogéneo desde una arista, el talud natural que se formará, mantendrá una pendiente constante.

Esta directriz curva (plana o alabeada) no deberá formar con el plano perpendicular al eje del cono, un ángulo mayor que las aristas del cono con el mismo plano. En el caso en que esto sucediera, no habrá lugar a formación de superficie alguna o simplemente la superficie de igual pendiente sufrirá una interrupción o salto.

Superficie Polar.

Es aquella, generada por la traslación de planos, consecutivos, y que son perpendiculares a una curva alabeada.

Superficie Rectificante.

Es la superficie tangente principal a una curva alabeada. La curva alabeada pasa a tomar el nombre de "línea geodésica". Línea geodésica es la curva, que al desplegar la superficie sobre un plano se transforma en una línea recta, o, es la curva de menor distancia entre dos puntos de, y sobre una superficie.

SUPERFICIES ALABEADAS.

Hiperboloide Elíptico.

Su generación se produce por el desplazamiento de las generatrices rectas que se desplazan sobre tres rectas que se cruzan en el espacio.

Superficies de plano director.

Son superficies regladas de plano director, alabeadas, las que se generan por el deslizamiento de una generatriz recta sobre dos directrices curvas planas o alabeadas, manteniéndose paralela a un plano, llamado plano director.

Paraboloides Hiperbólicos. LAM. 9

Es una superficie de plano director y cuyas generatrices rectas, se deslizan sobre dos rectas que se cruzan entre sí,

Conoides. LAM. 15

Tres son las condiciones de formación de los conoides:

- a- Una directriz recta,
- b- Plano director y
- c- Otra directriz, curva; O una superficie nódulo.

La superficie nódulo es por lo general, una esfera y la superficie resultante se llama conoide esférico oblicuo.

Conoide Recto. LAM. 16.-

Es un caso particular del anterior y se genera por el deslizamiento de una generatriz recta, sobre otra directriz recta y sobre un círculo. La directriz es paralela a un diámetro cualquiera del círculo y es perpendicular al plano director. La directriz corta además al eje perpendicular del círculo.

Superficies alabeadas de Cono Director. LAM. 18-A

Helicoides Reglados Alabeados.

Helicoide Reglado Alabeado de Cono Director.

Su generación se basa en el desplazamiento de una generatriz recta sobre una directriz igualmente recta y manteniéndose paralela a las generatrices de un cono, cuyo eje es paralelo a la directriz y perpendicular a un plano director.

Helicoide Reglado Alabeado de Cono director y Núcleo.

Similar al anterior con la diferencia que la directriz se transforma en un núcleo ya sea cilindro o cono. (este cono debe tener un ángulo basal mayor que el cono director, para dar lugar a tangencia de las generatrices sobre el cono núcleo).

Helicoides de Plano Director.

Son casos particulares de las superficies antes mencionadas de cono director, en que el ángulo basal del cono se hace igual a cero y nos encontraríamos ante un helicoide de plano director recto, con o sin núcleo. *LAM. 18-B, 18-C RESPECTIVAMENTE*

SUPERFICIES DE REVOLUCION.

Se generan, rotando una línea generalmente plana en torno a un eje que está también por lo general en el plano de la generatriz. La generatriz toma el nombre de meridiano y la trayectoria de cada punto de la generatriz se llamará paralelo.

El Toro. *LAM. 3 (4°)*

Su generación es producto de la rotación de una circunferencia en torno a un eje. También puede ser generado por una esfera cuyo centro se desplace en una circunferencia.

La Escocia.

Es una superficie análoga al toro de revolución, cuya generatriz está compuesta por cuadrantes de diferente diámetro y tangentes entre sí.

HELICOIDES CURVOS.

HELICOIDES CURVOS.

Son serpientes generadas por superficies varias que describen movimientos helicoidales.

Serpientes.

Son superficies envolventes a las diferentes posiciones de una esfera de radio constante cuyo centro se desplaza a lo largo de una hélice.

El cilindro y el toro se pueden considerar casos particulares de serpientes.

- - 0 - -

(3.a.-) PROCEDIMIENTO DE TRAZADO
DEL HIPERBOLOIDE ELIPTICO.

Antes de adentrarnos en la exposicion de este capitulo, profundizaremos la materia de reconocimiento de esta superficie.

Recordaremos, sin embargo, las dos propiedades fundamentales de estas superficies, en general, corolario una de la otra, y que son:

- 1.- Dos generatrices infinitamente proximas se cruzan.
- 2.- Cada generatriz es arista de un haz de planos tangentes, cuyos puntos de contacto, forman una serie proyectiva con el haz de planos, siendo la generatriz en cuestion la base de dicha serie; dicho de otro modo, a cada punto de la generatriz de una superficie reglada alabeada corresponde un unico plano tangente.

TEOREMA DE CHASLES.

Las superficies regladas alabeadas de generacion continua gozan de una propiedad que se va a poner de manifiesto mediante el teorema de Chasles, que dice así : *LSM.20#*

Existe una relacion lineal entre el angulo que forma un plano tangente cualquiera de una generatriz con el plano central y la distancia x de su punto de contacto al punto central de la misma.

Esta relacion viene expresada así:

$$\text{tang } \alpha = \frac{K}{r}$$

siendo $K =$ constante para cada generatriz.

Repetiremos por definir el plano central y el punto central de una generatriz :

Sean dos generatrices G_1 y G_2 infinitamente próximas de una superficie reglada alabada cualquiera, las cuales por definición se cruzan; el plano P que pasa por G_2 es paralelo a G_1 ; $C-c$ es la perpendicular común a ambas generatrices y mide su mínima distancia ρ . El plano proyectante ortogonal de G sobre el plano P tiene por traza T_0 y contiene a la perpendicular común $C-c$; este plano proyectante es un plano tangente a la superficie, puesto que contiene a la generatriz G , y además $C-c$ puede ser el elemento rectilíneo de una curva G_1 trazada en la superficie. El plano de traza T_0 recibe el nombre de plano central de la generatriz, por contener su mínima distancia a su inmediata anterior infinitamente próxima, y su punto de contacto C es el llamado punto central. El lugar geométrico de los puntos centrales forman la línea de estricción de la superficie.

Elijamos un punto A de la Generatriz G distanciada una magnitud π_1 ; tracemos un plano $h-a-a$ normal a G por el punto A , y hagamos pasar una curva G_2 por $A-h$, y será la intersección de la superficie con el plano anteriormente citado.

También $A-h$ será el elemento rectilíneo correspondiente a la curva G_2 trazada anteriormente y el plano formado T_0 por la

generatriz G , y por dicho elemento $A-b$ será el plano tangente a la superficie, cuyo punto de contacto sea el punto A , el cual forma con T_0 un ángulo α que viene medido en la figura por el rectilíneo $a-b$.

Vamos a demostrar que se verifica una relación sencilla entre la distancia x_2 del punto A al C y el ángulo del plano tangente correspondiente a este último punto A . En efecto:

$$\text{tang } \alpha = \frac{\overline{a-b}}{\overline{a-A}} \text{ y } \overline{a-b} = x_2 \cdot \text{tg } r;$$

por tanto

$$\text{tg } \alpha = \frac{x_2 \cdot \text{tg } r}{\overline{a-A}}, \text{ y siendo } \overline{a-A} = d, \text{ tg } \alpha = \frac{x_2 \cdot \text{tg } r}{d}.$$

$$\text{o } \text{tg } \alpha = \frac{x_2}{\overline{a-A}} \cdot \text{tg } r, \text{ y tomando límites: } \lim \text{tg } \alpha = \frac{x_2}{d} \cdot \text{tg } r;$$

pero como $\lim \text{tg } r = r$ y haciendo $\lim \frac{d}{x_2} = K$, tendremos finalmente

$$\text{tg } \alpha = \frac{x_2}{K} \cdot r \quad (a).$$

La constante K llamada parámetro de distribución de la generatriz G es una longitud y no un número abstracto que vamos a determinar; varía, en general, para cada generatriz; pero, ante todo, discontiene la fórmula anterior (a).

$$1.^\circ \text{ Si } \lim \frac{d}{x_2} = 0, K = 0, \text{ y entonces } \text{tg } \alpha = \frac{x_2}{0} = \infty.$$

lo que nos dice que el plano tangente es constantemente normal al plano central, es decir, fijo en posición en el espacio a lo largo de la generatriz y cualquiera que sea el punto de contacto que se considere, condición que se verifica cuando la superficie es reglada desarrollable.

II.º Si $\lim \frac{d}{r} = \infty$, $\operatorname{tg} \alpha = \frac{x_2}{\infty} = 0$, lo cual nos indica que el plano central coincide constantemente con el plano tangente, y siendo fijo en posición el primero, también lo será el segundo, y la superficie, en este caso, es reglada desarrollable y cilíndrica.

III.º Cuando $\lim \frac{d}{r} = k$ es una cantidad finita, nos hallamos en presencia de una superficie reglada alabeada y podremos interpretar gráficamente la fórmula (a), como más adelante veremos o determinar analíticamente la posición del punto de contacto de un plano tangente correspondiente a un punto dado.

Pero aún siendo finita la relación anterior, vemos que cuando la distancia $x_2 = \infty$ nos encontramos con que α vale 90° , lo cual se traduce en que el plano tangente correspondiente al punto impropio de una generatriz forma 90° con el plano central. Este plano tangente recibe el nombre de plano asintótico de la superficie correspondiente a la generatriz que se considera.

Estas propiedades serán utilizadas más adelante para la determinación de elementos interesantes de las superficies regladas alabeadas que obedecen al teorema anteriormente demostrado.

Como resumen : del haz de planos tangentes cuya arista es la generatriz de una superficies alabeada, dos de ellos desempeñan una importante función: el plano central y el plano asintótico; son ortogonales entre sí y corresponden sus puntos de contacto al punto central y al punto impropio, respectivamente; además de estos dos planos, sus bisectores juegan también un papel interesante y por ello reciben el nombre de planos medios.

HACES ALABEADOS DE SEGUNDO GRADO.

Ya hemos visto, al tratar las superficies regladas alabeadas, que había que sujetarse la generatriz rectilínea a tres condiciones, cuales eran; apoyarse en tres directrices cualesquiera; cuando esas tres directrices son rectilíneas, nos hallamos en presencia de los llamados haces alabeados de segundo grado.

Primera generación de los haces alabeados.

Lámina # 21 .-

Las tres condiciones que se han de exigir a las generatrices, son:

- 1.- Apoyarse sobre una directriz rectilínea D_1 .
- 2.- Cortar a otra directriz rectilínea D_2 que se cruce con la anterior.
- 3.- Que los puntos en que se apoyen sobre estas dos rectas sean puntos homólogos de dos series proyectivas cuyas bases sean D_1 y D_2 . Así conseguimos las generatrices $G_1, G_2, G_3, \dots, G_n$.

Segunda generación de H.A.

Figura Lámina # 22 .-

La manera de conseguir las series proyectivas a que antes nos referimos es bien sencilla, pues bastará tratar rectas que cumplan con la condición general; es decir, la de apoyarse sobre tres directrices rectilíneas $D_1-D_2-D_3$ que se cruzan dos a dos en el espacio. Las rectas que se apoyen sucesivamente sobre estas tres darán lugar a las series de puntos $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$
 $b_1, b_2, b_3, \dots, b_n, c_1, c_2, c_3, \dots, c_n$ { Ver Lámina # 23 .- }

Fácilmente se comprende que una recta cualquiera R que se apoye sobre tres generatrices, o sea que corte a tres generatrices g_1, g_2, g_3 en los puntos r_1, r_2, r_3 , cortará también a la generatriz g_n . En efecto: la directriz D_2 y los puntos de la serie $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ determinan un haz de planos proyectivos, por serlo la serie $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$; por otro lado, el haz de planos de base D_2 también, que se apoya en r_1, r_2 y r_3 , o lo que es lo mismo, los planos formados por D_2-g_1, D_2-g_2 y D_2-g_3 determinan otro haz proyectivo.

Nos hallamos, por tanto, ante el caso de dos haces proyectivos de misma base (D_2) con tres elementos dobles, siéndole común todos los demás, con lo que queda demostrada la propiedad antedicha de que: Una recta que tiene tres puntos comunes con la superficie, se hallará totalmente contenida en ella, que también se puede expresar diciendo:

Si una recta corta a tres generatrices de la superficie, certará a todas las demás.

Como se ve, no hallándose la recta R sujeta a ninguna condición de posición, podrá trazarse infinitas rectas R que se apoyen en tres generatrices cualesquiera, lo que da lugar a que, además de existir una generación de la superficie por un sistema de rectas generatrices, hay otro sistema de rectas contenidas en la misma, que se apoyan sobre todas ellas, dando lugar a la llamada doble generación; basta, por consiguiente, conocer tres de ellas de uno de los sistemas, para que quede definida la superficie. Sin que su función corresponda a su denominación, un sistema será llamado de generatrices y el otro de directrices; si bien, insisto, las generatrices pueden ser las directrices de la superficie, y viceversa.

En consecuencia, por cada punto de la superficie pasan siempre una generatriz y una directriz; es decir dos generatrices de sistemas diferentes, las cuales constituyen el plano tangente correspondiente a dicho punto.

Tercera Generación de H. A.

Figura lámina # 25.-

También se puede considerar esta superficie engendrada por la intersección de dos planos homólogos de dos haces de planos proyectivos, cuyas aristas se cruzan.

El Haz Alabado Es De Segundo Grado.

La demostración es bien sencilla, pues basta analizar los puntos comunes que puede tener esta superficie, con una recta

1.º No puede tener solamente un punto común, puesto que entonces la superficie sería un plano y por definición no lo es.

2.º Tampoco puede tener una recta tres puntos comunes con la superficie, porque ya hemos visto que una recta que tiene tres puntos con ella comunes, los tiene todos y se halla contenida en la misma; luego será una generatriz o una directriz.

Por eliminación, la recta sólo puede tener dos puntos comunes con el haz alabado, con lo que queda demostrado que dicho haz es de segundo grado.

Siendo el haz alabado de segundo grado, sus secciones serán cónicas, y esto es lo que se aprecia en el caso de la tercera generación. (figura lámina # 23). La superficie se engendra mediante dos haces de planos proyectivos; es decir, con el conocimiento de dos rectas D_1 y D_2 que se cruzan, y tres puntos cualquiera $a-b-c$; el plano $a-b-c$ corta en d_1 y d_2 a D_1 y D_2 , respectivamente, y contiene a la cónica determinada por los cinco elementos $a-b-c-d_1-d_2$.

Cuarta generación.

Figura lámina # 26 .-

También podemos engendrar un haz alabeado de la siguiente manera: se trata de dos rectas que se cruzan R y S ; una de ellas, la $R - R'$, colocada de propio intento perpendicular a un plano de proyección.

Si hacemos girar la recta S alrededor de la recta R , nos encontramos ante un haz alabeado:

1.º Porque dos generatrices infinitamente próximas se cruzan; es decir, porque dos posiciones de la recta móvil S infinitamente próximas se cruzan; pues de cortarse, lo harían en un punto del eje de giro (R), y esto se ha puesto como condición de que no suceda, pues de lo contrario habríamos engendrado una superficie cónica.

2.º Las secciones producidas serían también curvas de segundo grado por construcción.

3.º Existe también la doble generación, puesto que otra recta $S_1 - S'_1$, de inclinación opuesta y simétrica a la S con respecto a la R , engendraría la misma superficie (paralelo a paralelo), sin llegar a coincidir en todo su giro en ninguna posición con la $S - S'$.

El extremo de la mínima distancia entre R y S , e-a, describe un círculo que es el paralelo de menor radio, el cual recibe el nombre de círculo de garganta de la superficie.

Las generatrices y las directrices son todas, en proyección horizontal, tangentes a dicho círculo de garganta.

Si en vez de ser circular el giro al rededor de R fuera elíptico, los paralelos descritos serían elipses y el círculo de garganta se transformaría en elipse de garganta.

En definitiva, conseguimos por estos diversos métodos de generación, la superficie conocida con el nombre de hiperboloide elíptico o de una hoja, cuyo caso particular es el hiperboloide de revolución de una hoja representado en la lámina # 27 .-

Como resumen, tenemos tres procedimientos de engendrar el mismo haz alabeado :

- 1.º Por una recta que se apoya sobre puntos homólogos de dos series proyectivas cuyas bases se cruzan.
- 2.º Por una recta que se apoya sobre otras tres que se cruzan dos a dos.
- 3.º Por una recta que gira al rededor de otra que se cruza con ella, pudiendo ser su giro, circular o elíptico.

Plano asintótico de la superficie.

(lámina # 28).

El plano asintótico es el plano tangente cuyo punto de contacto es el impropio de una generatriz y una directriz (generatriz del otro sistema paralela), las cuales determinan dicho plano asintótico.

Determinación del Centro de la Superficie.

Como se desprende de la figura lámina # 28 .- y teniendo a la vista la figura de la lámina # 27 , vemos que los planos asintóticos pasan todos por el centro de la superficie; por consiguiente, basta conocer tres de ellos para conseguir el centro C.



En la figura lámina # 30, se han elegido tres generatrices G_1 , G_2 , y G_3 , y se han hallado las directrices D_1 , D_2 , y D_3 , respectivamente, paralelas, y como resultante, el punto C , común a los planos asintóticos A_1 , A_2 , y A_3 es el centro buscado.

Esto se pone de manifiesto en la figura de la lámina # cuando se nos dan las tres generatrices D_1 , D_2 y D_3 , que al cruzarse determinan las aristas opuestas de un paralelepípedo, cuyo centro es el de la superficie; al trazar las generatrices G_1 , G_2 y G_3 queda completado dicho paralelepípedo, ya que para obtener por ejemplo, la recta G_1 , se traza la paralela a D_1 , y que se proyecta sobre D_2 y D_3 . EN EL DETERMINADO LAM. 31.-

--- 0 ---

Extracto del texto de "Geometría Descriptiva y sus Aplicaciones"
del Profesor Ingeniero Angel Taibo P. Tomo II.

-- 0 --

MANEJO Y REPRESENTACION DEL HAZ ALABEADO, HIPERBOLOIDE DE UNA HOJA.
Obtener una Generatriz de la Superficie.

(figura lámina # 32).

El haz alabeado se halla determinado por tres generatrices del mismo sistema, $G_1 - G_1^r$, $G_2 - G_2^r$, $G_3 - G_3^r$; se trata de obtener una cuarta generatriz de la superficie.

Conocida la propiedad general de que toda generatriz corta a todas las directrices, el problema consistirá en obtener tres directrices, $D_1 - D_1^r$, $D_2 - D_2^r$, $D_3 - D_3^r$ cualesquiera (lo cual está facilitado por ser dos generatrices, G_1 y G_3 , de fuga con respecto a los planos de proyección), y hacer pasar una recta cualquiera que se apoye sobre estas tres directrices; así se obtiene la generatriz $G_4 - G_4^r$.

----- 0 -----

PROCEDIMIENTO CONSTRUCTIVO DEL HIPERBOLOIDE ELIPTICO.

a) EN HORMIGÓN ARMADO.

Nos interesará fundamentalmente la estructura para soportar la terminación de moldeaje, ya que será ésta la que dará forma al hormigón propiamente tal.

El material de moldeaje podrá ser listonaje tradicional de madera, maderas laminadas delgadas aglomeradas, láminas metálicas, láminas plásticas u otras que se presten para tal fin de lograr la doble curvatura o albeo en superficies no muy extensas, según sea el grado de curvatura.

La lámina de hormigón, los espesores de ésta, sus vigas de borde y la ubicación de su propia enfierradura, son problemas que no trataremos en esta exposición.

Por ser ésta, una superficie que se genera por el desplazamiento de generatrices que entre sí no son paralelas, se crea el problema de saber con la superficie de terminación y que será la expuesta al hormigón a moldear. Es fácil imaginar la dificultad en colocar un sistema de listonaje tradicional, sin tener que debastar éstos en sitio y comprobar repetidas veces el perfecto calce de las piezas. Además estas piezas deberán albearse para lo cual es necesario afianzarles poderosamente. Es por esto que de partida es más recomendable usar la lámina como receptáculo del hormigón.

ESTRUCTURA DE MOLDAJE DE MADEIRA.

Se usaran preferentemente vigas rectas que irán ubicadas en la posición de las generatrices rectas de la superficie en cuestión. En el caso en que generatrices y directrices del hiperboloide elíptico tiendan a ser paralelas se recurrirá a cerchas transversales, cuyos perfiles deben ser estudiados previamente y precortados. La vecindad de las vigas y cerchas dependerá de las secciones de las mismas y principalmente de las láminas o recubrimiento que se usará de moldaje.

La solución de moldaje en vigas de borde de este tipo de láminas, estarán sujetas a un tratamiento similar, solamente que que la superficie formera a crear obedecerá a un trazado estudiado preliminarmente y que es una superficie rectificante por definición.

El uso de moldaje de listonado tradicional ya enunciado implica el uso de escuela para debastar éstos y la disposición de mano de obra especializada, lo que hace que este tipo de fecho encarezca notablemente.

El conjunto estructural compuesto por listonado, vigas y cerchas estara soportado por pilares que descansen sobre una o unas plataformas de trabajo segun sea la necesidad de la superficie de doble curvatura. Esta plataforma de trabajo revelará a groso modo la forma definitiva de la lámina y se ubicará de tal modo que sirva como una base de sección.

El replanteo de la superficie estará referido a un plano horizontal sobre el cual se dibujaron en planta las generatrices representativas de otras familias, o sea generatrices y directrices y también las limitaciones de la cubierta que podran ser rectas o curvas. En caso que sea necesario determinar con mayor exactitud algun sector de la superficie e construir se recurrirá a las plantas de secciones planas del hiperboloide que por lo general se proyectarán como curvas en el plano horizontal. Se determinarán tantos planos verticales como demande la complejidad de los moldes a causa de la mayor curvatura.

La materialización de las generatrices se efectuara levantando éstas de su proyección en planta y fijandolas con las cotas correspondientes a cada punto. Este replanteo se efectuara mediante el plomo, la huincha y el rayo visual. La magnitud de la obra determinará si es necesario el chequeo mediante el taquímetro. En obras en que las alturas del espacio cubierto por este tipo de losses albedos sobrepase los seis metros será indispensable el uso del taquímetro para fijar las líneas y puntos determinantes de la superficie.

Una vez que esté emplazado el sistema de ejes de la cubierta se procederá a descontar los espesores que corresponden al tablero de molde, las costeneras (para facilitar la exposición) y se ubican las vigas de madera de tal manera que se ha-

se considere el desbaste por efecto del giro que sufren las generatrices de la familia adversa o en este caso las costaneras que se apoyarán directamente sobre las vigas. Las vigas serán apoyadas por pilares que descansarán sobre la plataforma de trabajo y que estarán lo suficientemente armados entre sí para producir una fijación de este conjunto. Las costaneras, debido a su menor acción, se supone que son capaces de soportar y obedecer al alabeo de la superficie, e irán fijadas tensamente a las vigas. El tablero de moldaje, que se considerará por ejemplo de chape de madera aglomerada (muciza, chál-gua, etc.) se cortará de modo tal que al montar el alabeo calcen sus bordes con las costaneras o las susles irán clavados o en el mejor de los casos tornillados. Tendrá que tornillarse la lámina cuando la oposición al alabeo de este así lo exige. Este fenómeno aumentará, como ya expresé, en los sectores de curvatura pronunciada y donde las laminas sean demasiado extensas. Si las laminillas de moldaje no están en proporción con la curvatura se corre el riesgo de que éstas se agrieten, caso en el cual se recomienda subdividir el sector comprometido.

ESTRUCTURA DEL MOLDAJE DE TUBO DE ACERO.

Este sistema, que ciertamente es de un costo elevado, puede ser conveniente desde el punto de vista de la espe-

et al. (1950) en el experimento de la figura 1 se utilizaron un tubo de
 aluminio de 1/2" de diámetro y un tubo de acero de 1/2" de diámetro,
 ambos de 2 a 3 m. de longitud. Las dimensiones de sección del tubo de
 aluminio de 1/2" de diámetro y un tubo de acero de 1/2" de diámetro
 se muestran en la figura 2. Como ejemplo tomaremos la sección
 en diferentes planos debido al desplazamiento helicoidal de la
 de las generatrices de la otra familia en diferentes ángulos α
 de que las generatrices de un sistema de rectas cortan a una
 El uso de la sección tubular obedece a la determinación
 con el tubo de aluminio.
 cantidad de piezas seleccionadas de union entre tubos α de estos
 para, para no complicar los sistemas de empalmes α por ende se
 se convendrá usar siempre un mismo diámetro en un mismo o-
 Los diámetros a usar fluctúan entre 1/2 y 3 pulgadas.
 con resultados ahora por tipo de acero estructural.
 en la exposición exterior, esto que las estructuras de nodos
 El sistema de replanteo se basa, casi sin distinción,
 re especializadas.
 modo aconsejable para ser usado por la empresa constructora-
 Expone seguidamente un sistema constructivo de
 de estas piezas, lo hace un sistema constructivo.
 que, si bien son costosas en principio, la repetición del uso
 en un tipo de obra, puede bajar ciertos elementos
 et al. Por ejemplo una empresa que se dedica a la eje-

de 2 metros cuadrados.

El afianzamiento de los elementos tubulares entre sí se efectuará por medio de abrazaderas metálicas; hierro dulce o piezas de fundición que serán cepilladas para dar asentamiento al canto cilíndrico de los tubos y se perforarán para permitir la sujeción mediante pernos (ϕ 8mm). Las perforaciones serán prolongadas como se indica en detalle Lam. para permitir el giro de un tubo con respecto al otro, o para permitir el corte en ángulo de ambos tubos a unir. Estas ranuras permiten el cruce de los tubos en cualquier ángulo, desde los 0° a los 180° grados. Las uniones solucionarán el empalme de los pilares con la estructura inmediatamente superior. Para no cortar los pilares se puede hacer pasar éstos por el moldeaje y ferrandales en carton se pueden hacer pasar por la lámina de hormigón, cuyos agujeros se retapan posteriormente aprovechando éstos para el paso de conductos eléctricos afianzamiento de pequeños tensores para sujeción de centros de alambre, etc. El retape de estas perforaciones debe hacerse con las debidas precauciones de impermeabilización, y terminación o acabado en el caso de ser hormigón estructural a la vista.

El moldeaje propiamente tal estará entre afianzado a esta estructura como se indica en la Lam. 34 ., y tendrá una separación de 8 a 10 mm que será uniforme a través de toda la estructura. Esto quiere decir que la lámina de usdera pre-

sede estará adosada a las piezas metálicas de union por una de sus caras. La fijación de puntos intermedios a lo largo del ducto mas cercano al moldeaje se logra colocando abrazaderas que envuelven el tubo y son sternilladas por la cara inferior al tablero de moldeaje. La separación se logra colocando entre el tubo y el moldeaje una separación de 3 cm de espesor.

El afianzamiento transversal al anterior se logra de manera similar en que la brazadera es mas larga y la separación tiene 5,8 cm de espesor y corresponde a la otra familia de generatrices, que estan precisamente mas separadas de la pieza d e moldeaje. Para lograr puntos intermedios, ahora dentro del cuadrilátero se recurre a la ubicación de generatrices intermedias. (Usando nuevamente el sistema enunciado primeramente.)

La pieza de hormigón, por tener curvatura no siempre tendrá posición horizontal, y será necesario construir el segundo tablero opuesto al primitivo. En estos casos se aprovecha la estructura anterior, y la fijación de este tablero se se podrá hacer directamente a los tubos que definimos como pilares y que atravesaban la pieza de hormigón, mas bien dicho el desplazamiento de la pieza de hormigón.

Otra solución es la construcción del moldeaje secundario, estableciendo la sujeción por medio de separadores de espumas de polietileno rígido cortados igual al espesor de la lámina definitiva dentro del cual se ubica un perno tensor para evitar la separación de los tableros en el momento de

vertir el hormigón y en el momento de introducir la vibradora.

Habría que recurrir de cuando en cuando para evitar el deslizamiento de la segunda placa de moldaje al sistema de anclaje anterior.

Tanto los moldajes como envolvertes aisladores de ductos que pesen por la placa de hormigón armado serán suficientemente encerados o engrasados para lograr un fácil desmolde a los 28 días en caso de trabajar con cementos corrientes.

La conveniencia de este sistema se basa en el uso repetido de las piezas estructurales, no existe la necesidad de seccionar los componentes metálicos de esta estructura.

Los cambios de espesor de la lámina de hormigón o sea las vigas de borde o los refuerzos anulares de lucernarios, serán confeccionados en forma y material similar y serán afianzados a la misma estructura.

Una racionalización adecuada de las piezas metálicas, el estudio cuidadoso de las secciones tubulares con respecto a la separación de las vigas y de los pilares, la adecuación de las o las plataformas de trabajo para producir una elaboración cómoda y rápida, la especialización de la mano de obra y una dirección de faena sin tropiezo y constante pueden hacer en términos actuales en Chile de este sistema, una realidad.

- - - - - o - - - - -
- - - o - - -
o

00077

BIBLIOGRAFIA.

Geometría Descriptiva y sus Aplicaciones.

Angel Taibo Fernandez. Tomo II.

Geometría Descriptiva Aplicada.

Frank M. Warner y Matthew McNeary.

Geometría descriptiva.

Francisco Mardones

Geometría descriptiva.

Wellman.

Historia del Arte.

Germain Bazin.

Geometría Analítica.

Smith and Gale. Tomo XXII.

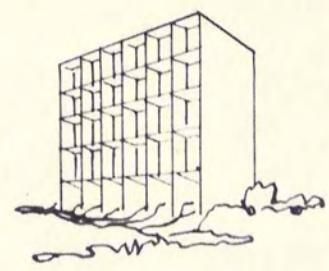
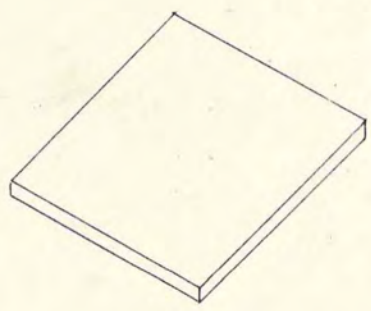
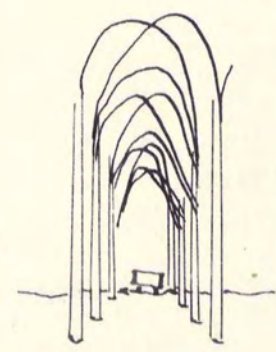
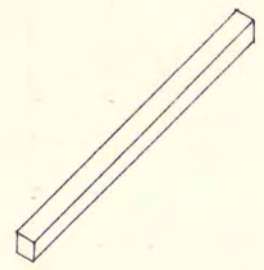
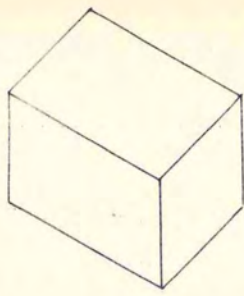
Técnicas y Creación Nos.1.- 5.- 9.- .

Construcción Laminar.

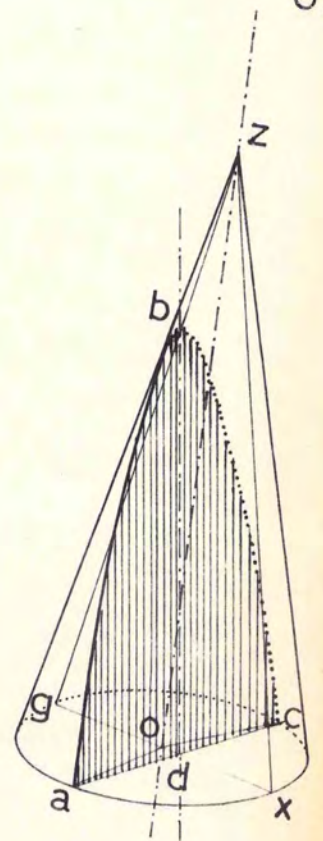
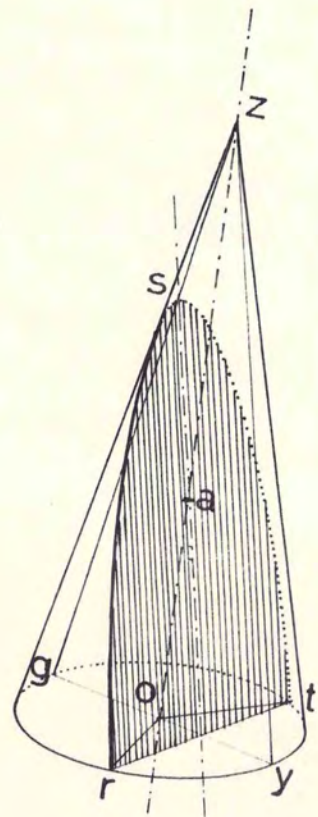
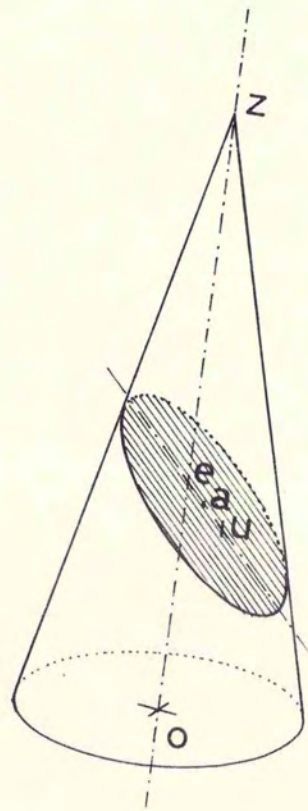
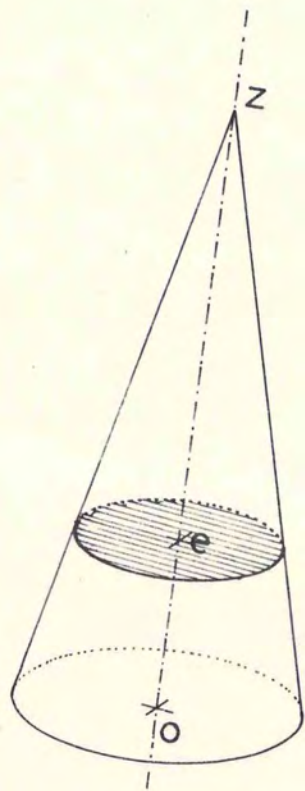
Fred Angerer.

Cubiertas Colgantes.

Frei Otto.

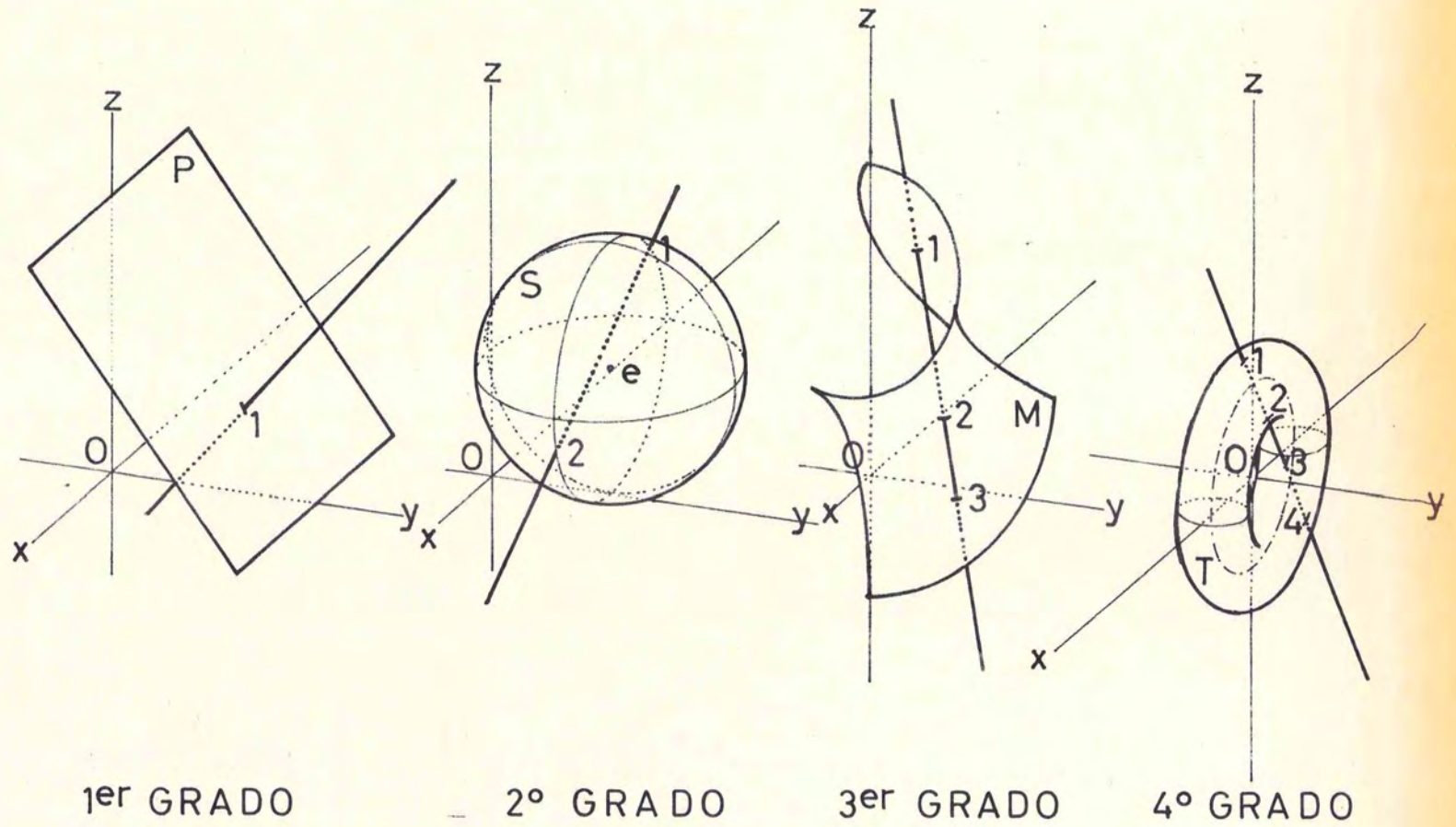


MACIZO. ENTRAMADO. LAMINAR.

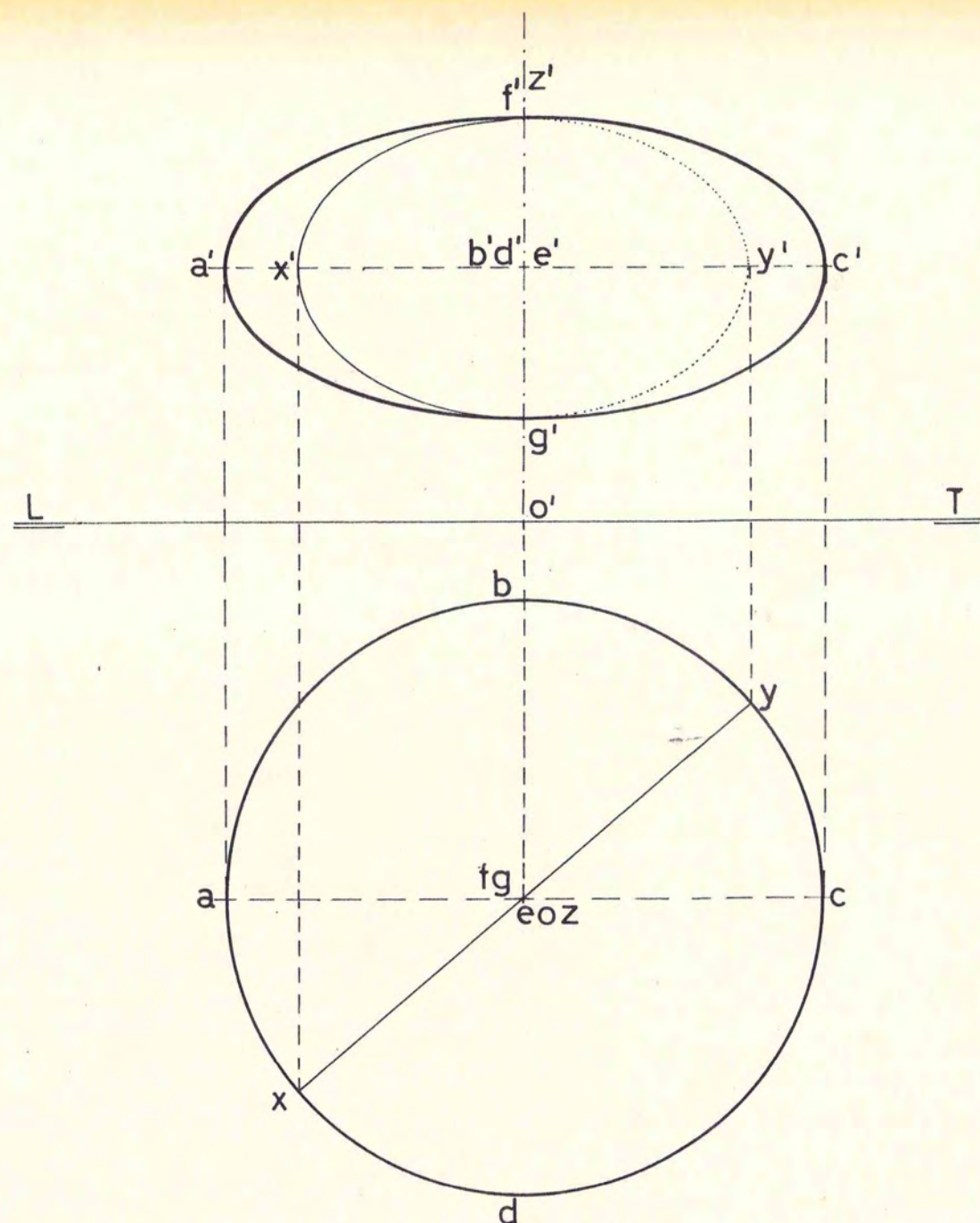


2
02

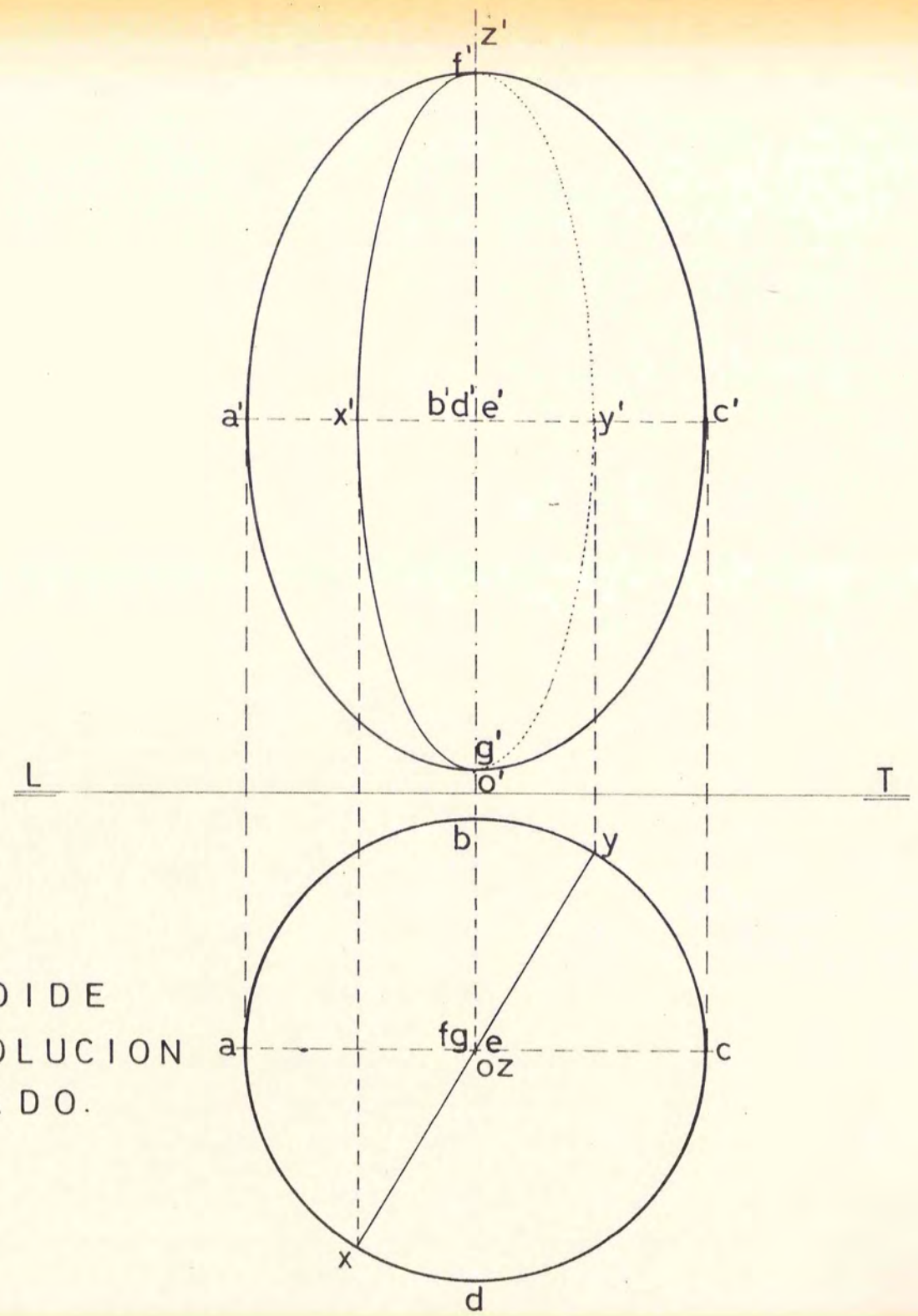
○ SECCIONES CONICAS PLANAS



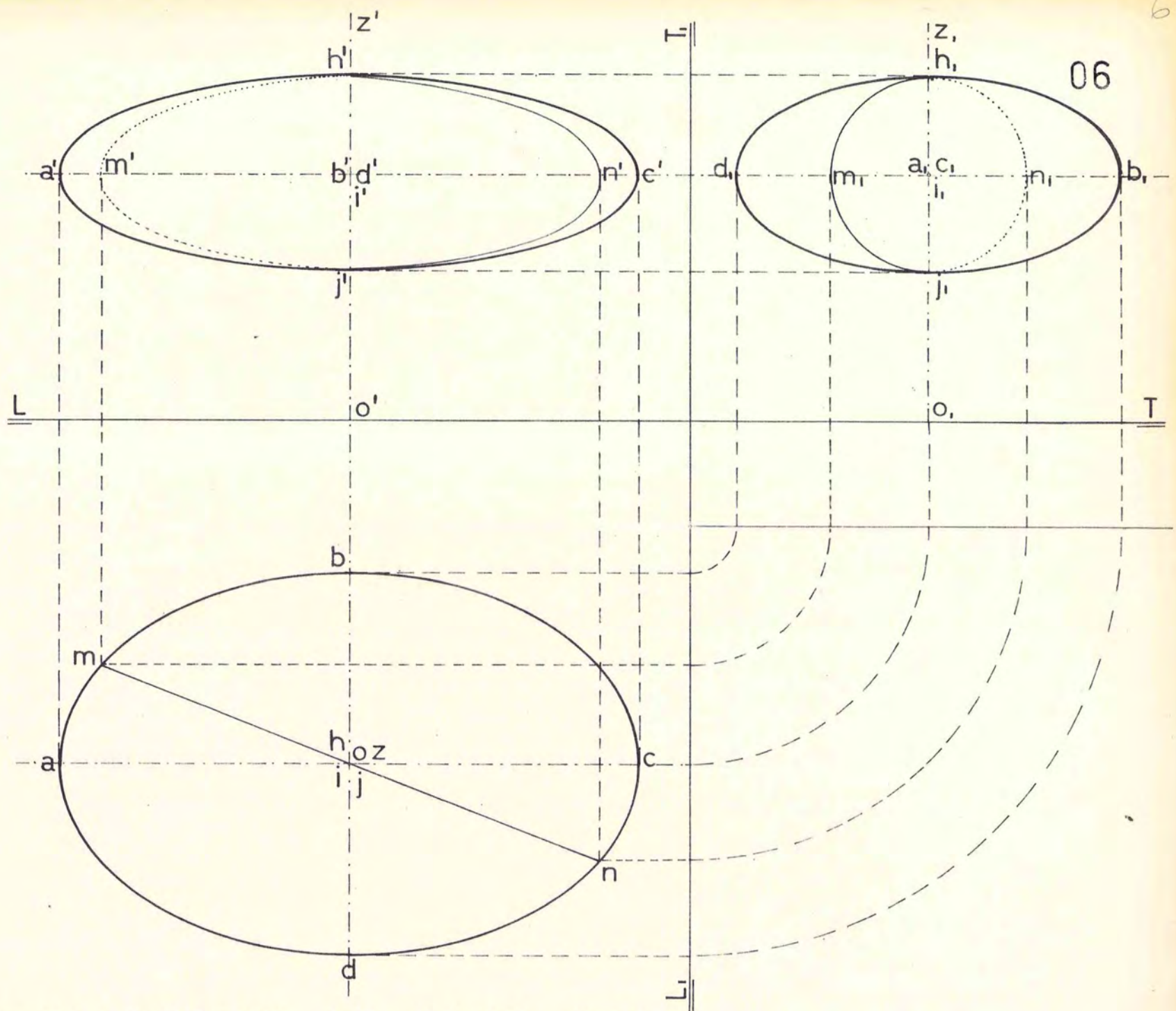
◻ GRADO DE UNA SUPERFICIE.



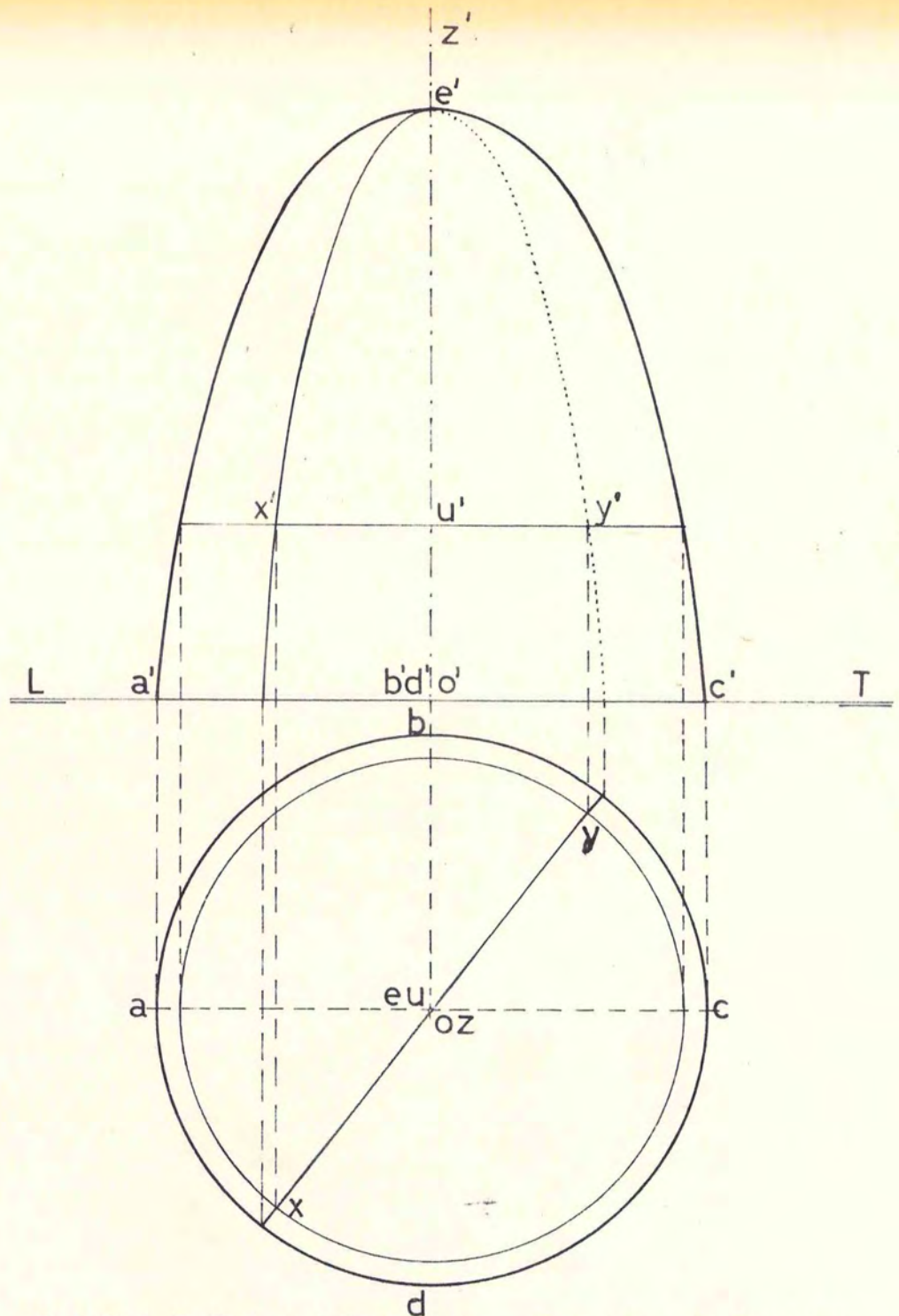
○ ELIPSOIDE DE REVOLUCION
ACHATADO.



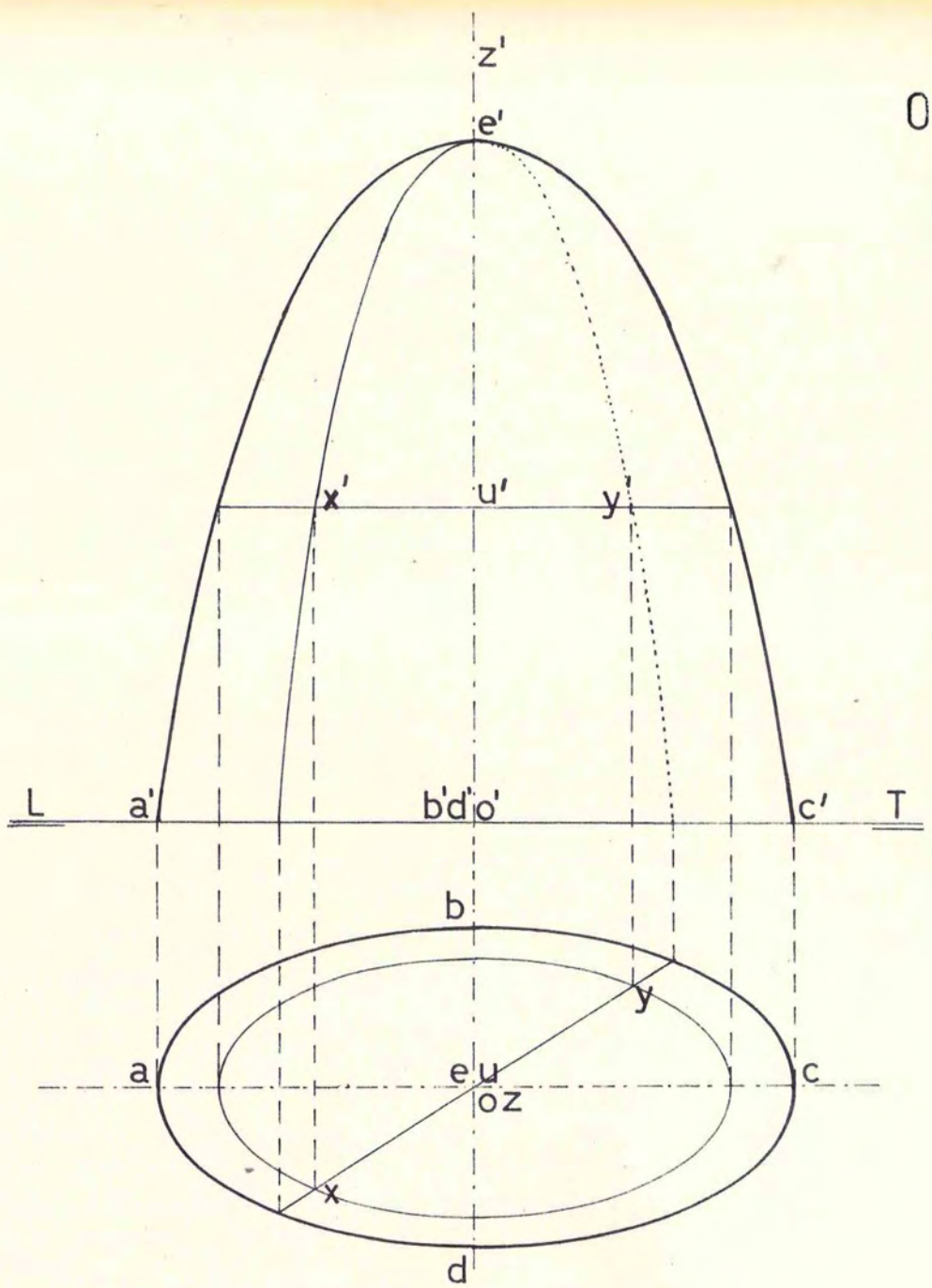
○ ELIPSOIDE
DE REVOLUCION
ALARGADO.



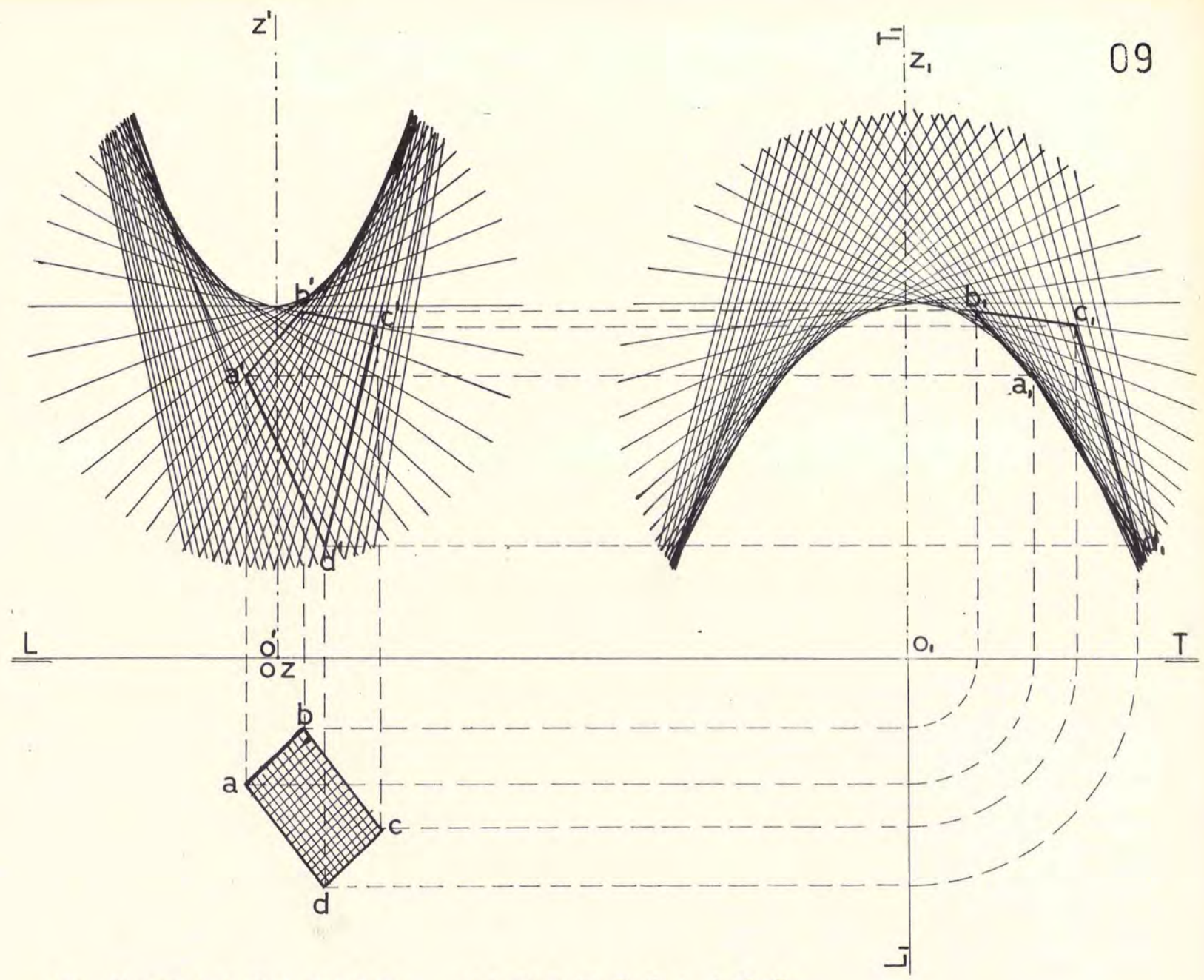
○ ELIPSOIDE DE TRES EJES.



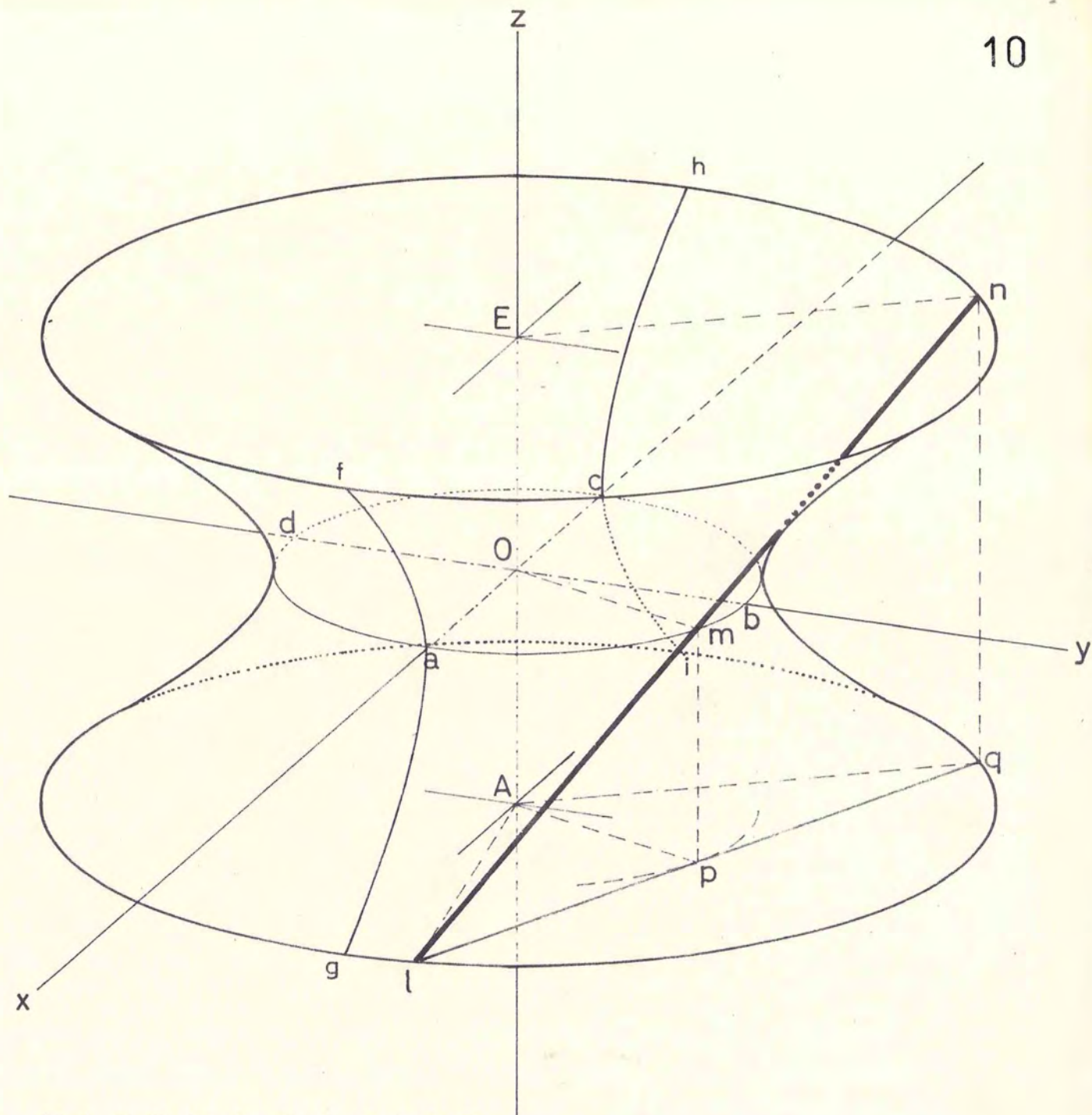
⊙ PARABOLOIDE DE REVOLUCION.



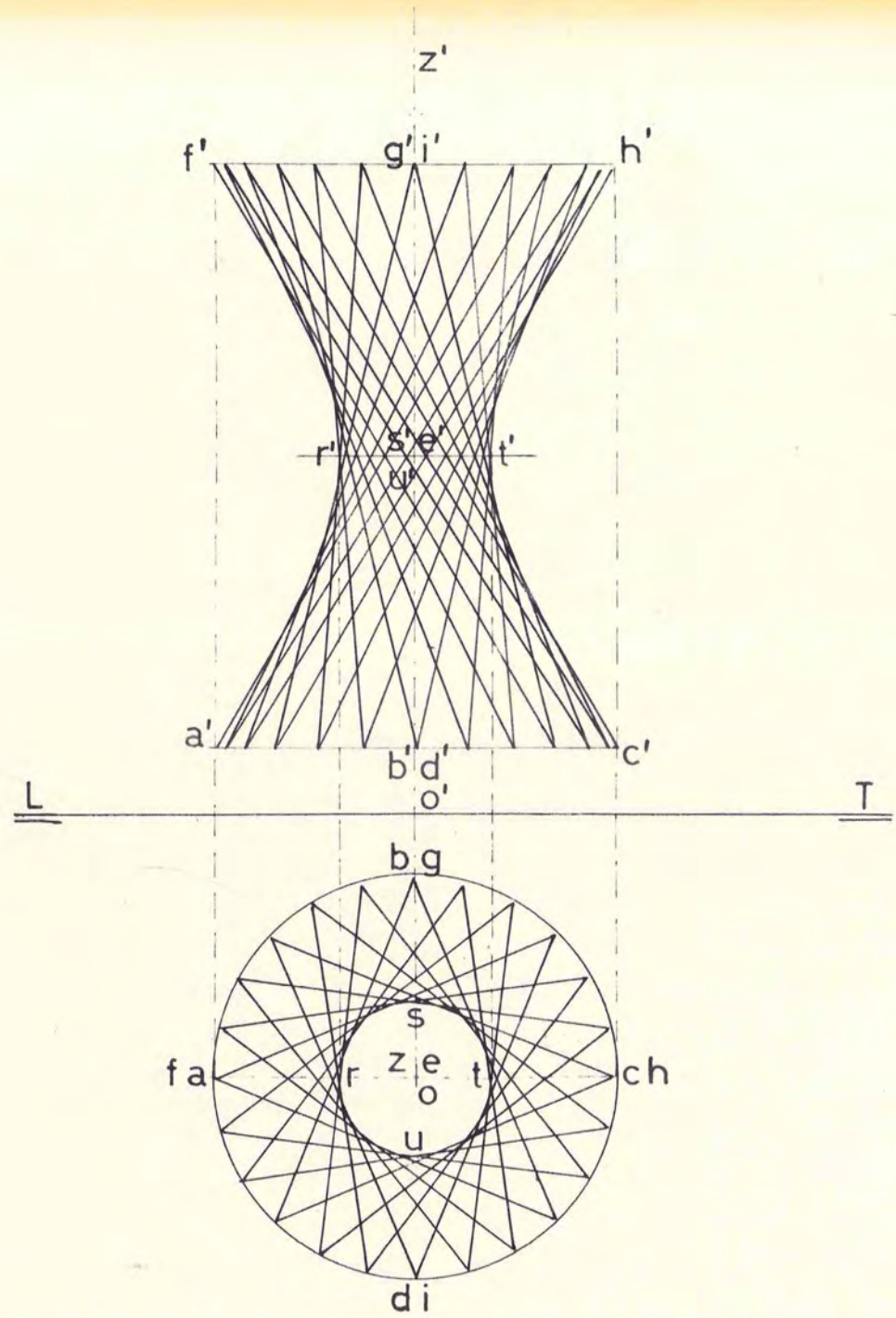
○ PARABOLOIDE ELIPTICO.



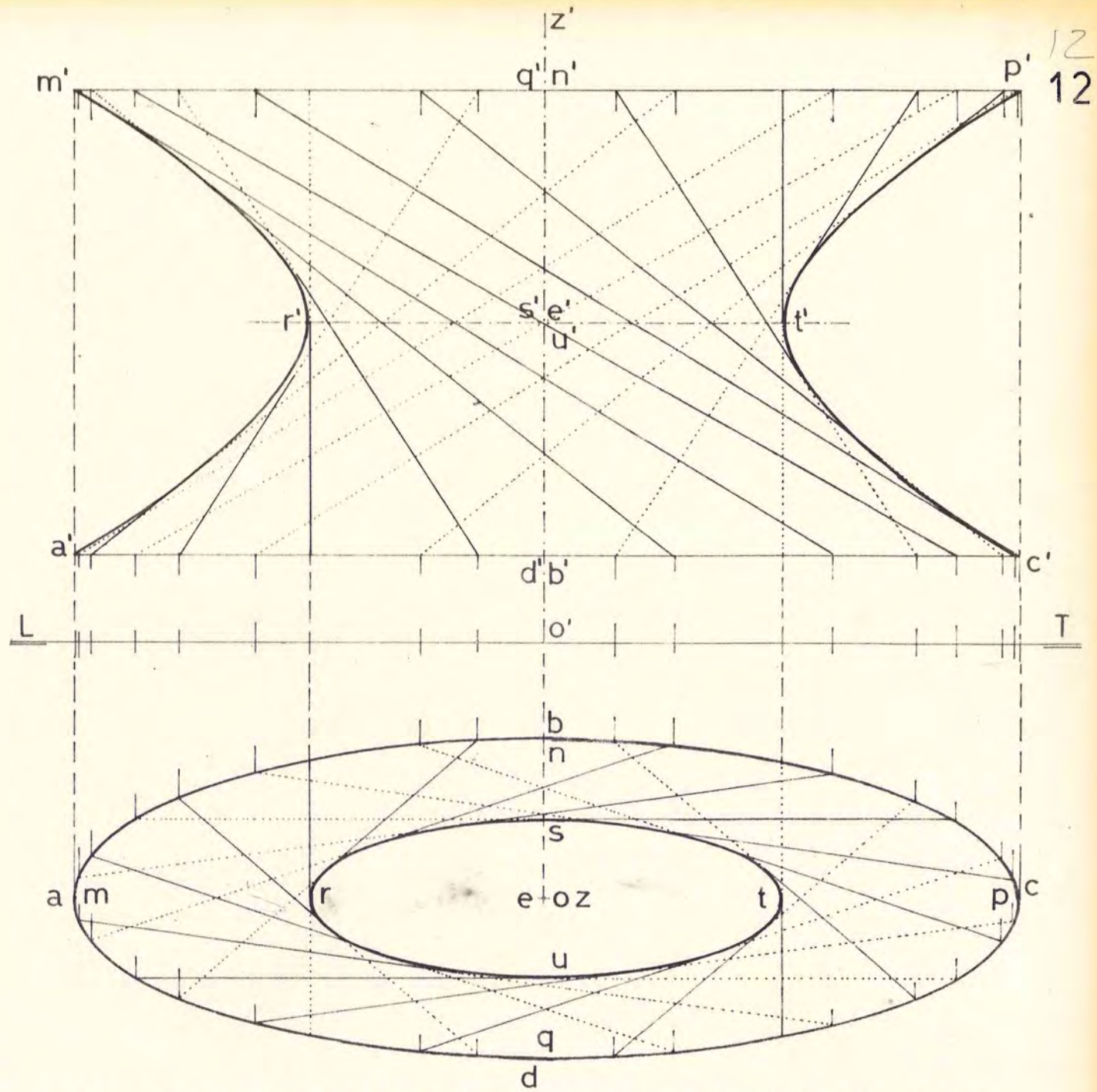
○ PARABOLOIDE HIPERBOLICO



⊙ HIPERBOLOIDE.

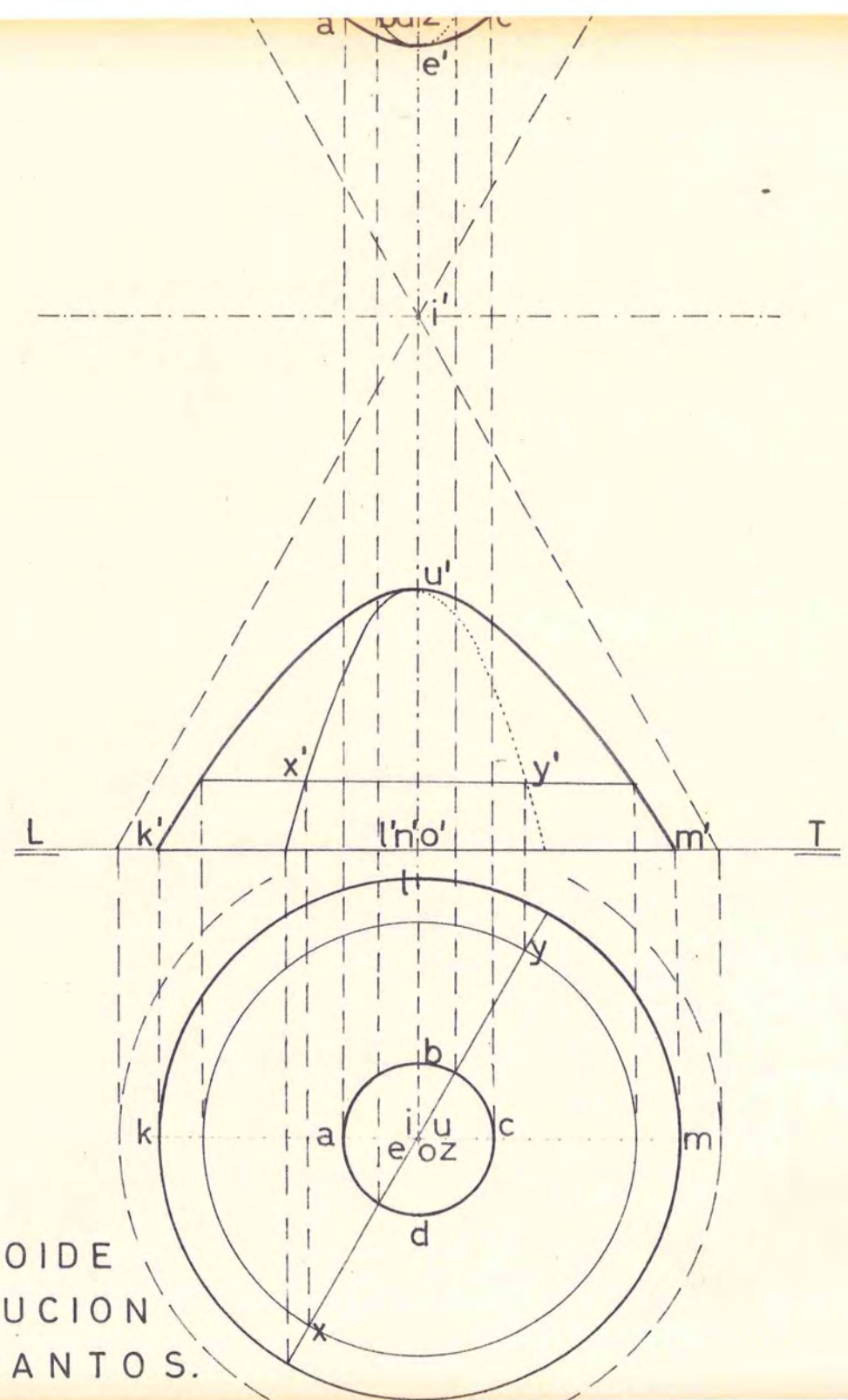


○ HIPERBOLOIDE DE REVOLUCION, 1 MANTO.



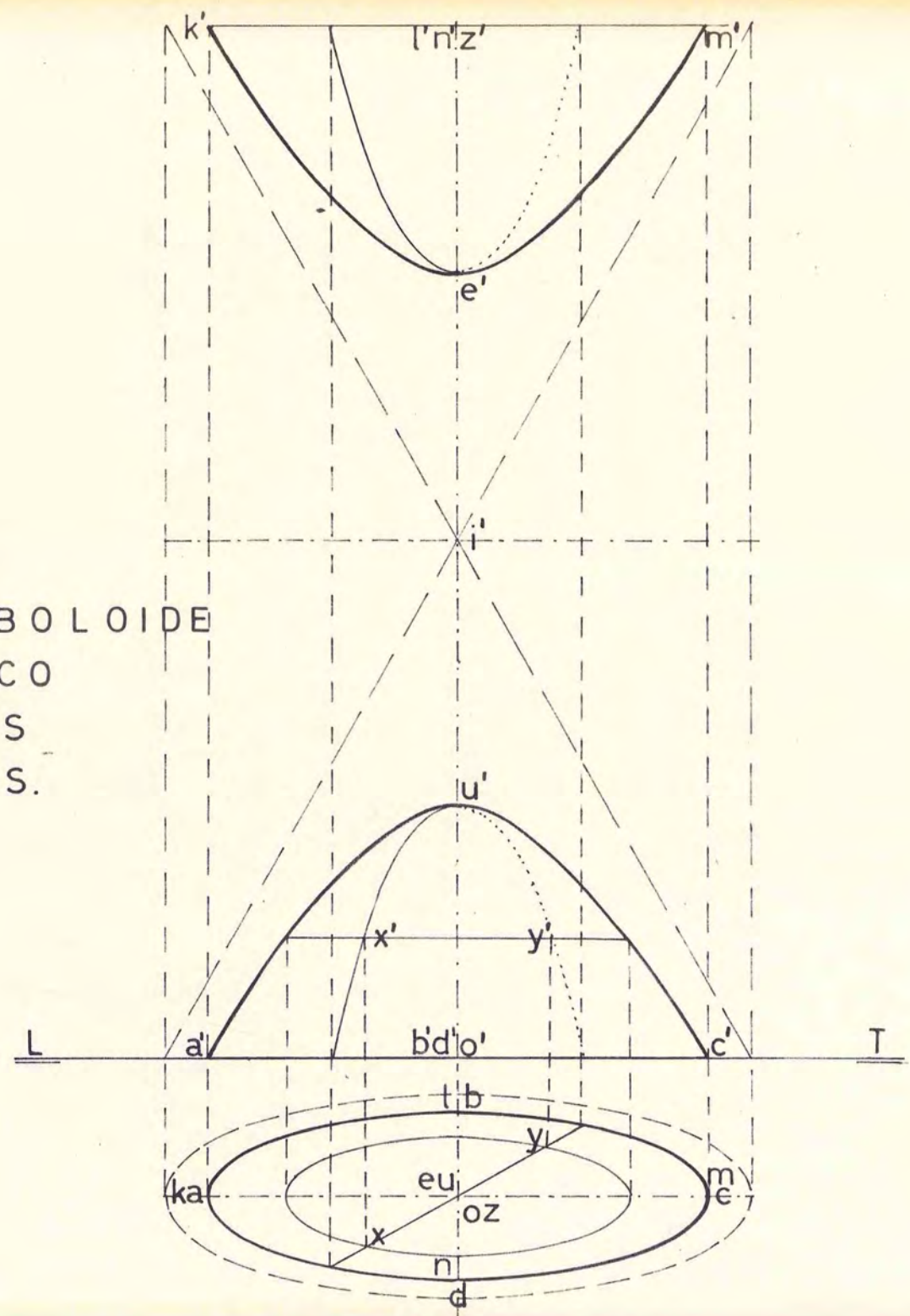
12
12

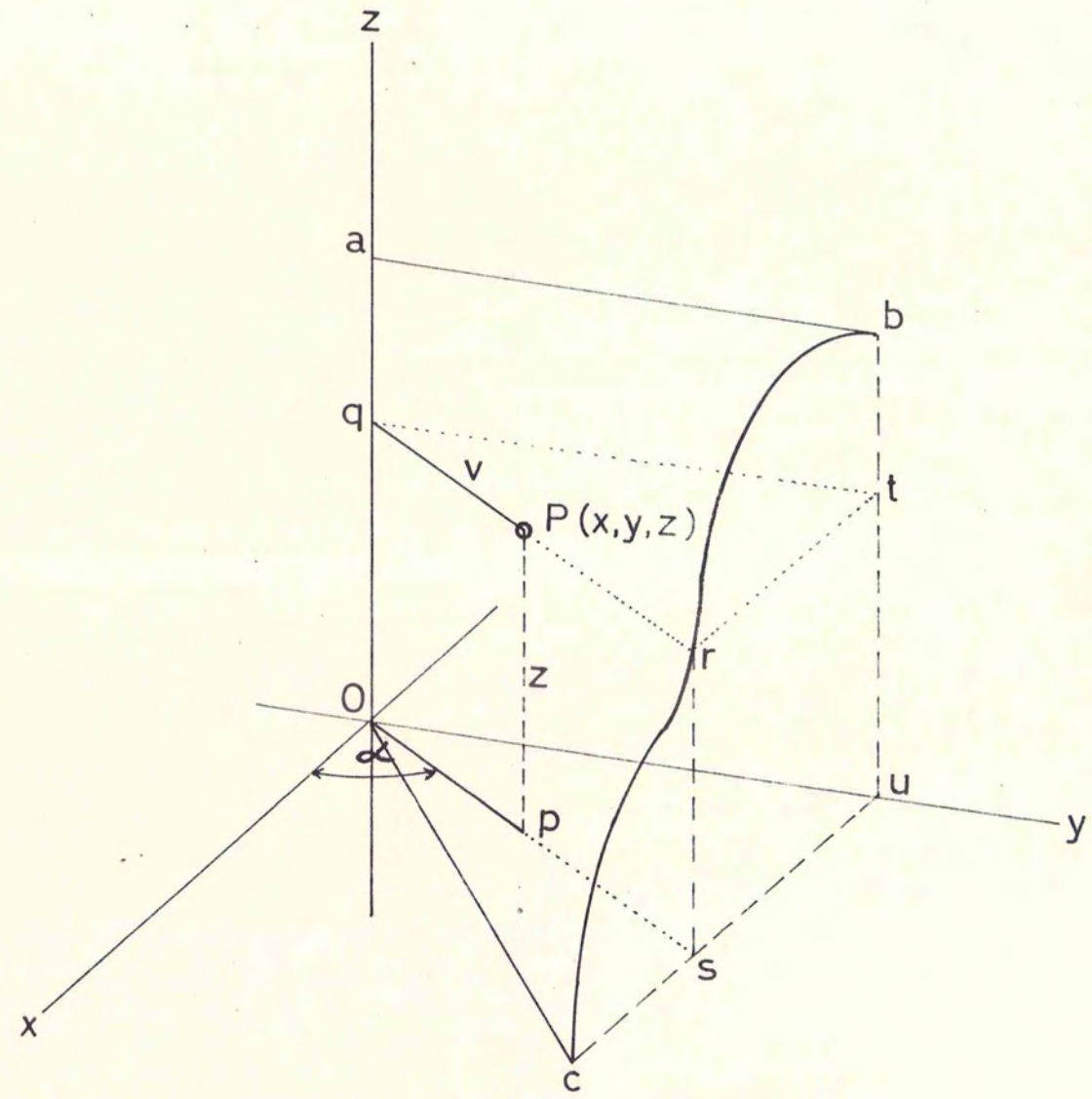
⊙ HIPERBOLOIDE ELIPTICO DE UN MANTO.



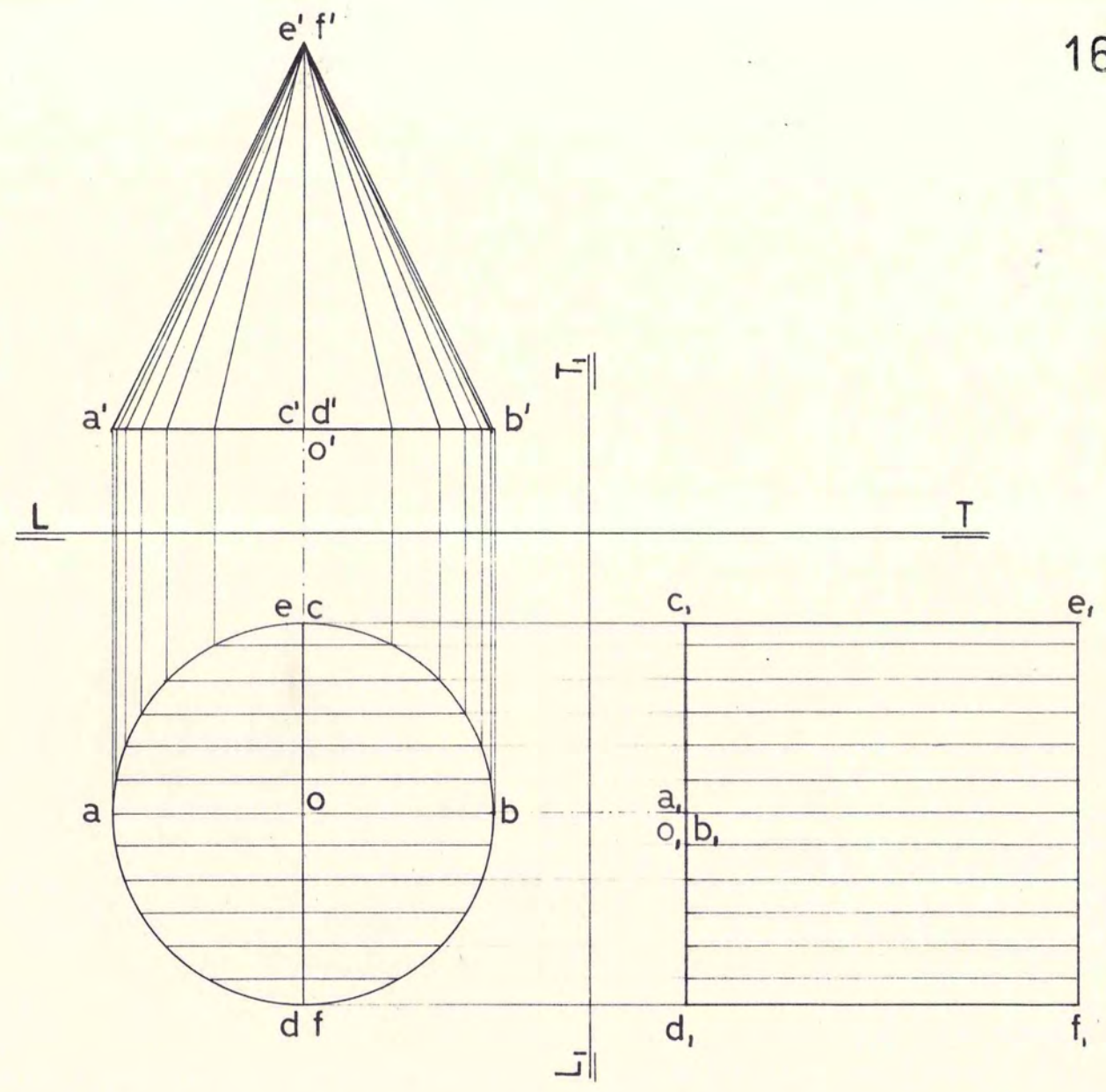
⊙ HIPERBOLOIDE
DE REVOLUCION
DE DOS MANTOS.

○ HIPERBOLOIDE
ELIPTICO
DE DOS
MANTOS.

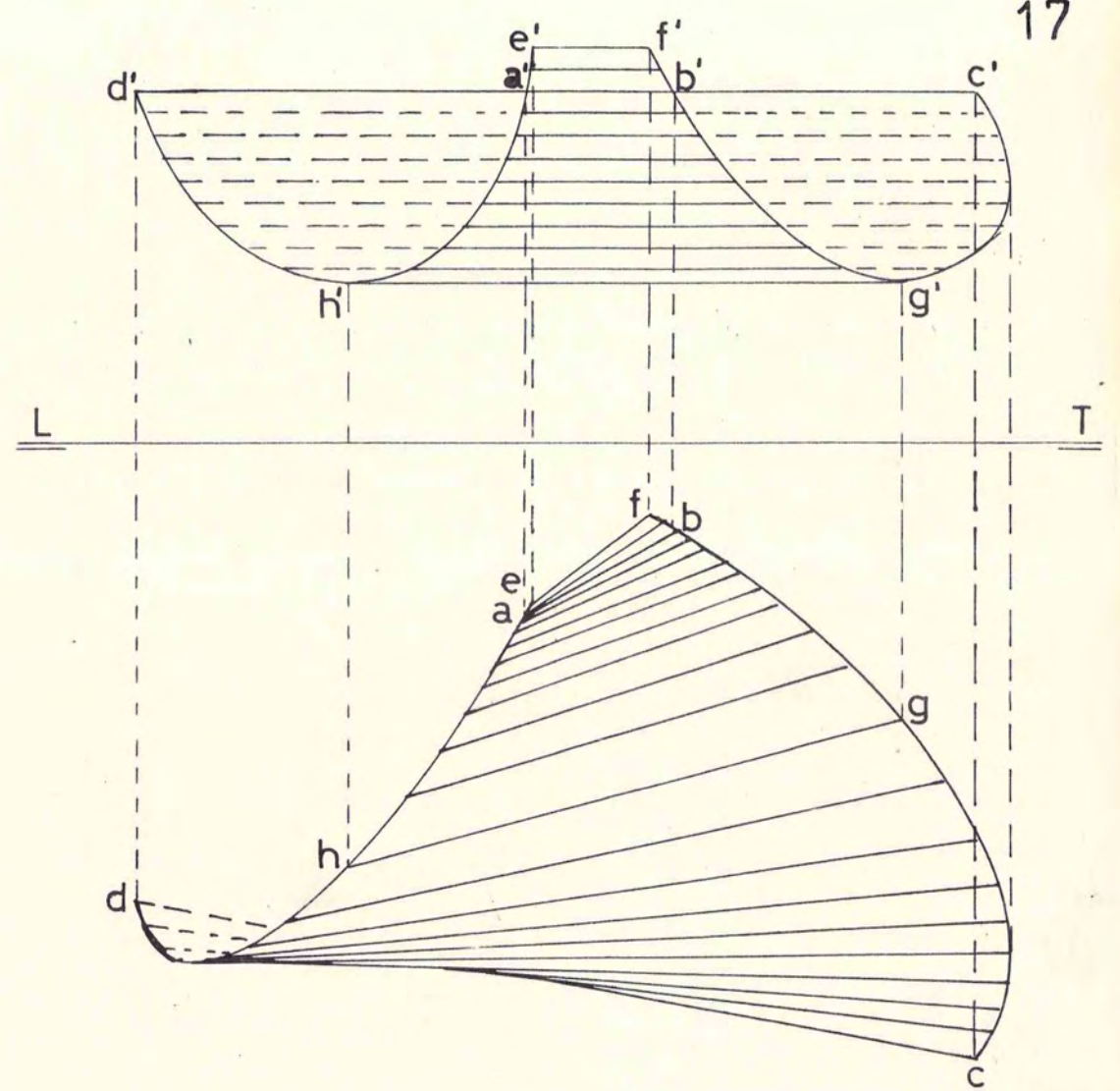




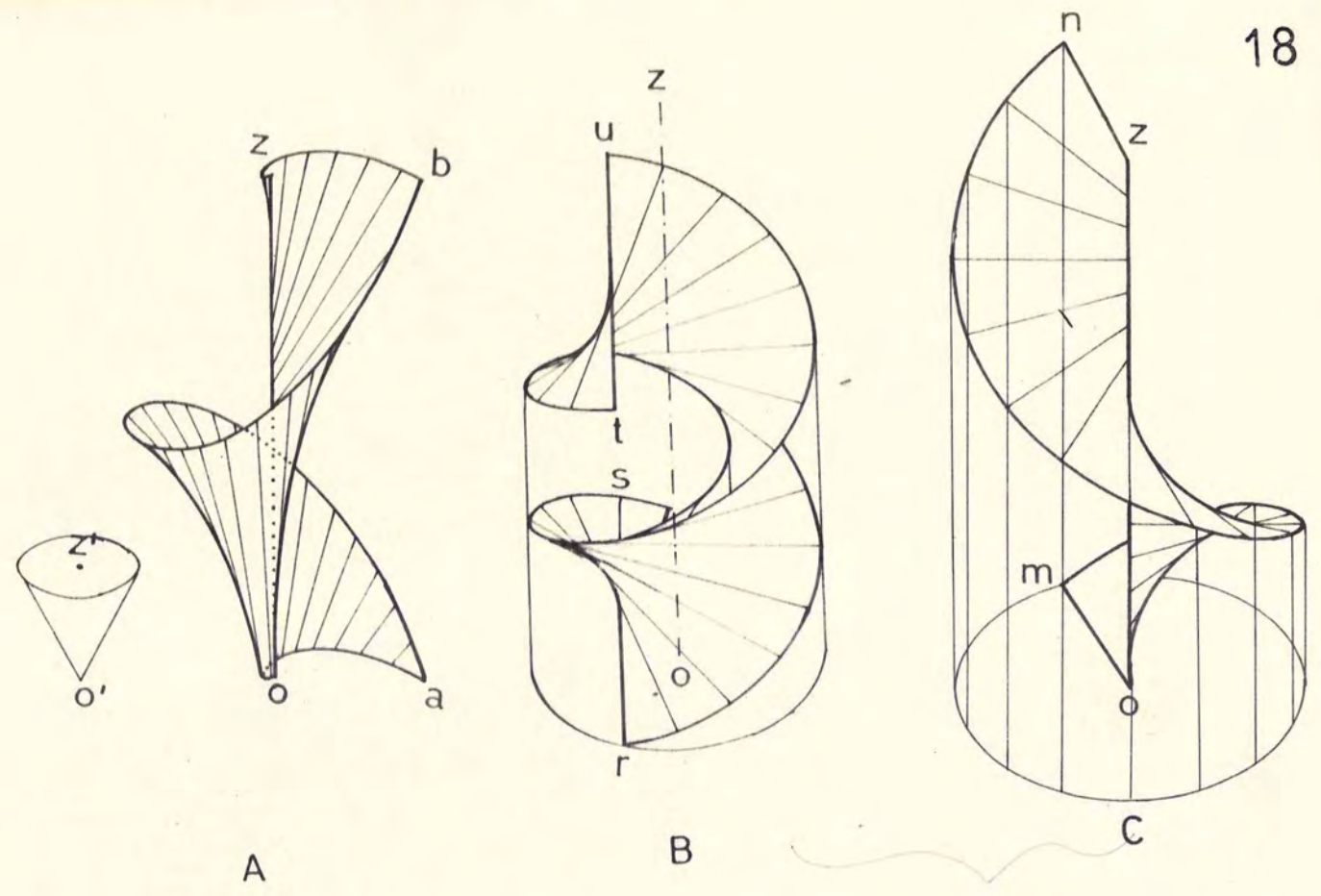
◇ CONOIDE.



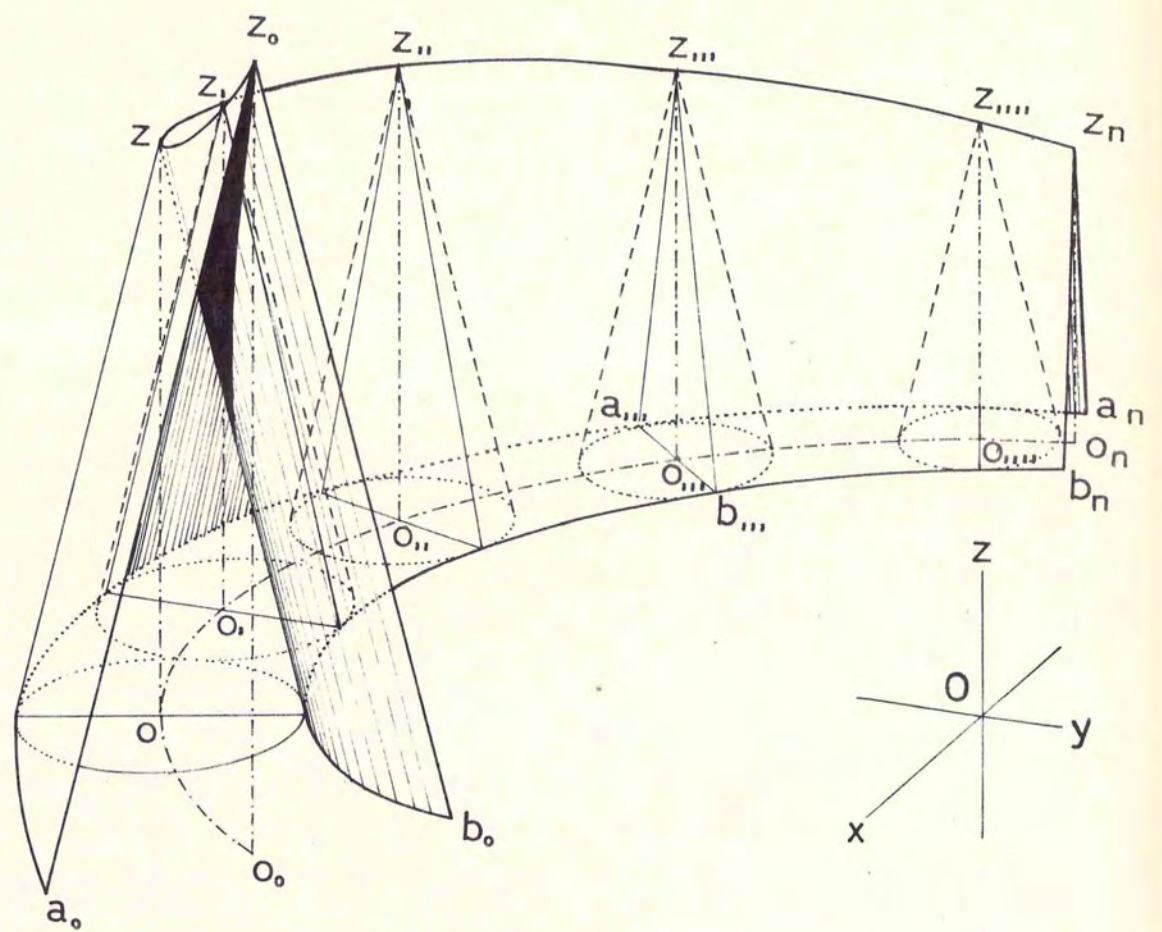
○ CONOIDE CIRCULAR RECTO.
CUÑA DE WALLIS.



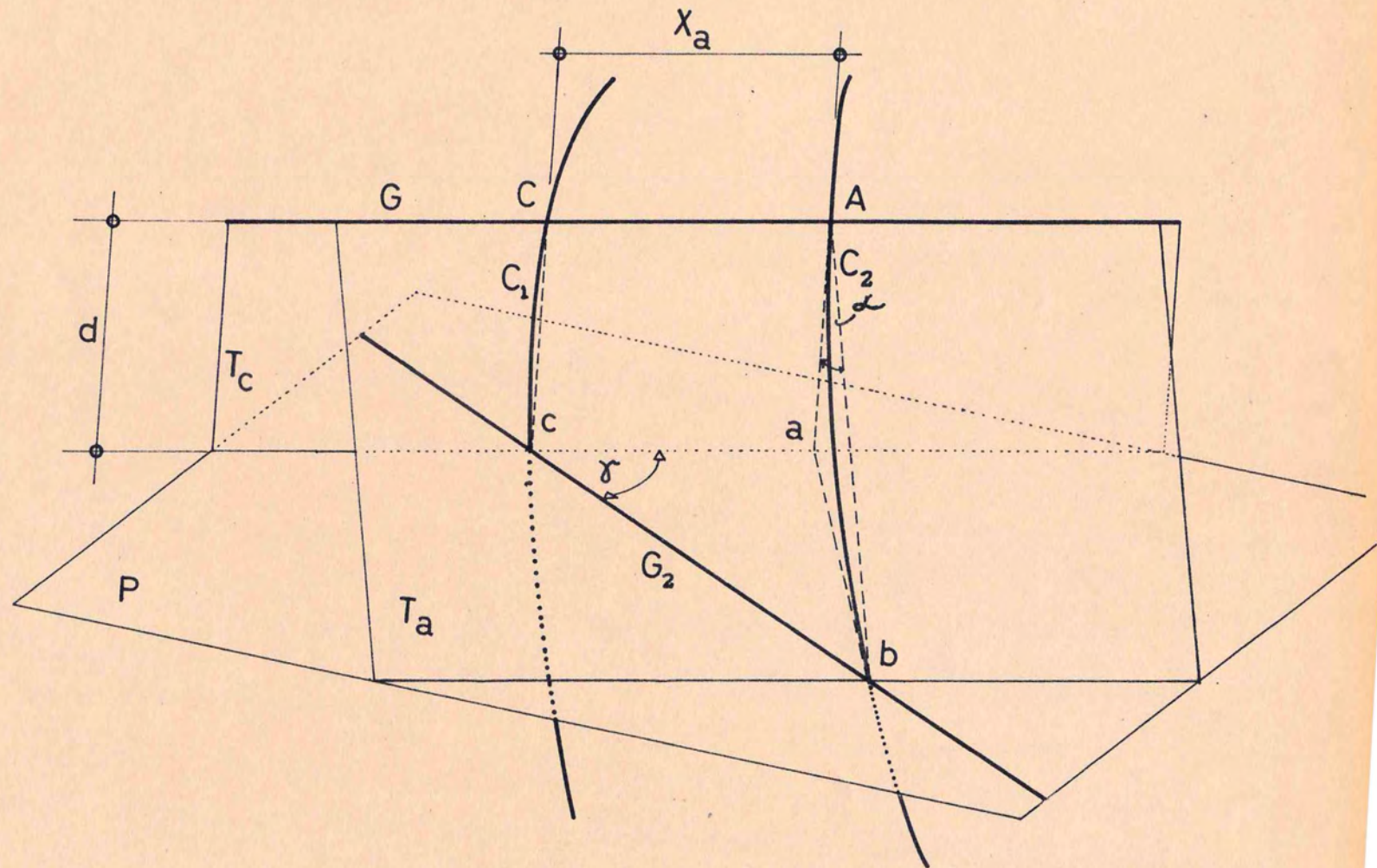
○ CILINDROIDE. DE PLANO DIRECTOR

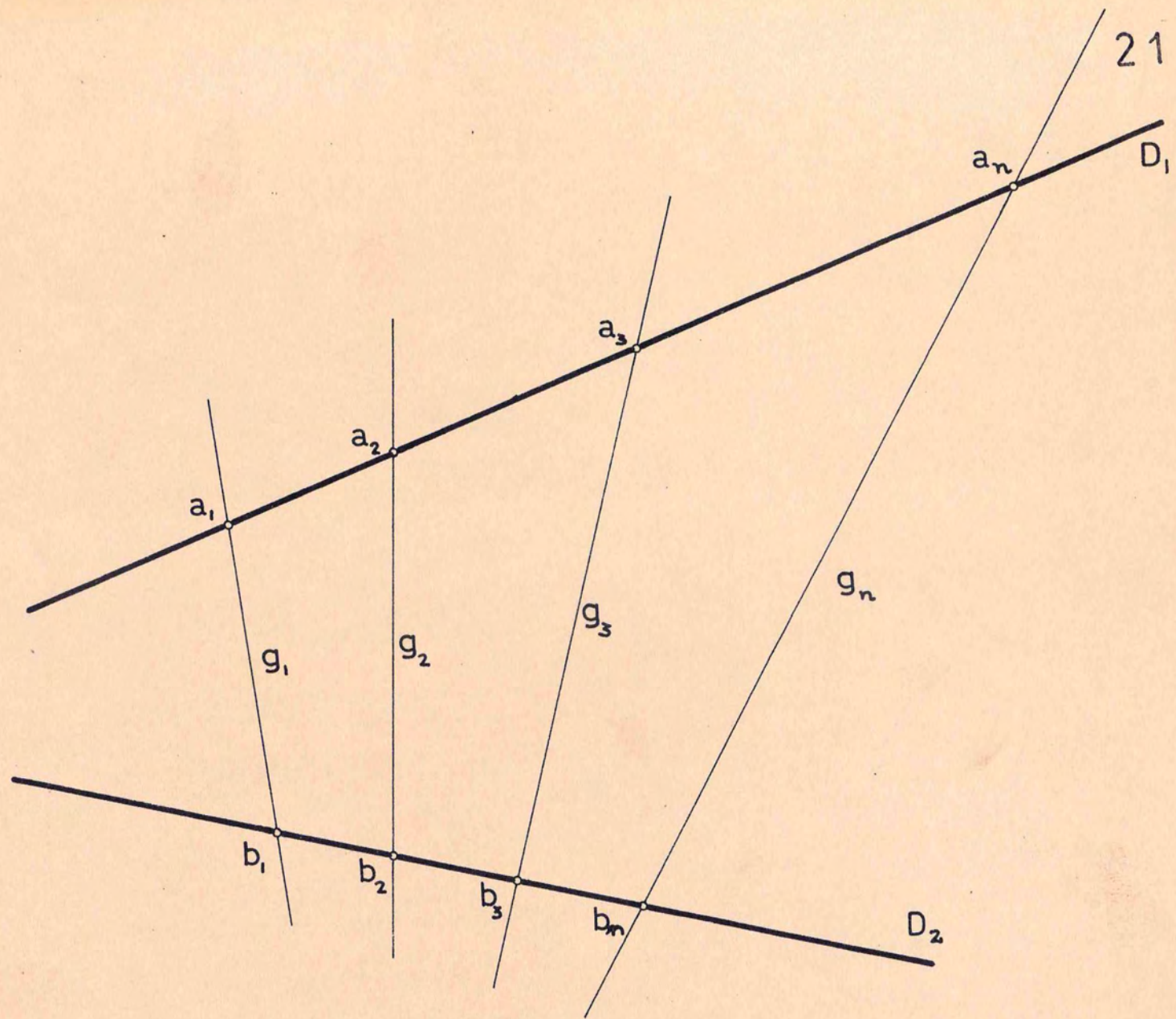


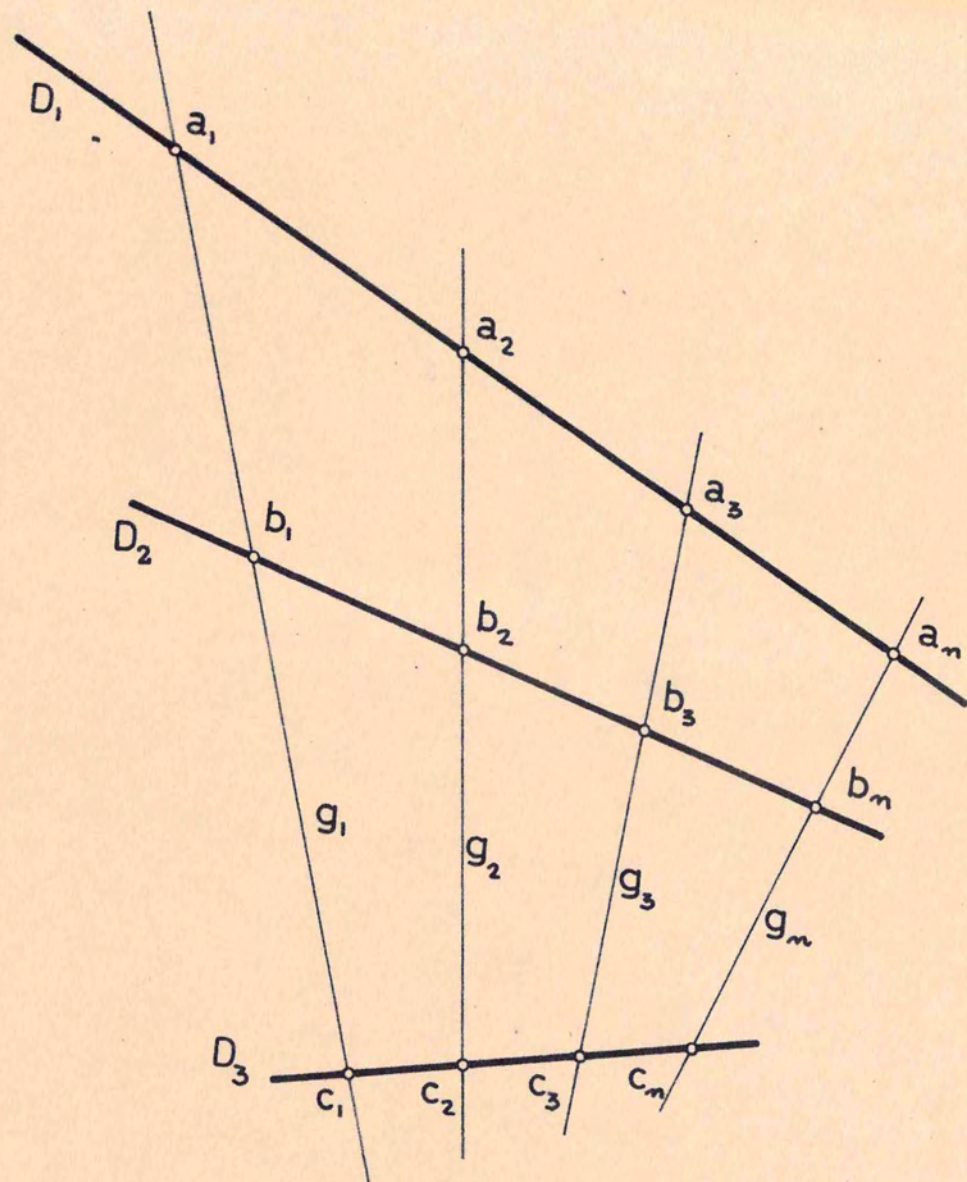
- A. HELIZOIDE O HELICOIDE AXIAL OBLICUO,
O FILETE TRIANGULAR O DE CONO DIRECTOR.
- B. HELICOIDE REGLADO ALABEADO RECTO
NO AXIAL.
- C. HELICOIDE AXIAL RECTO DE PLANO
DIRECTOR.

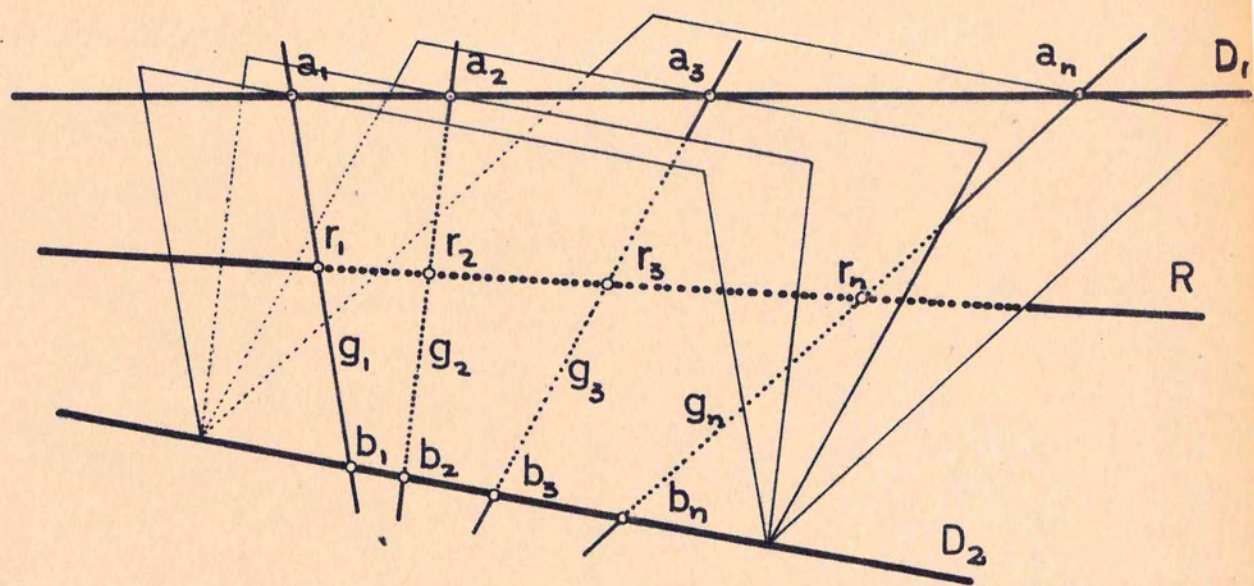


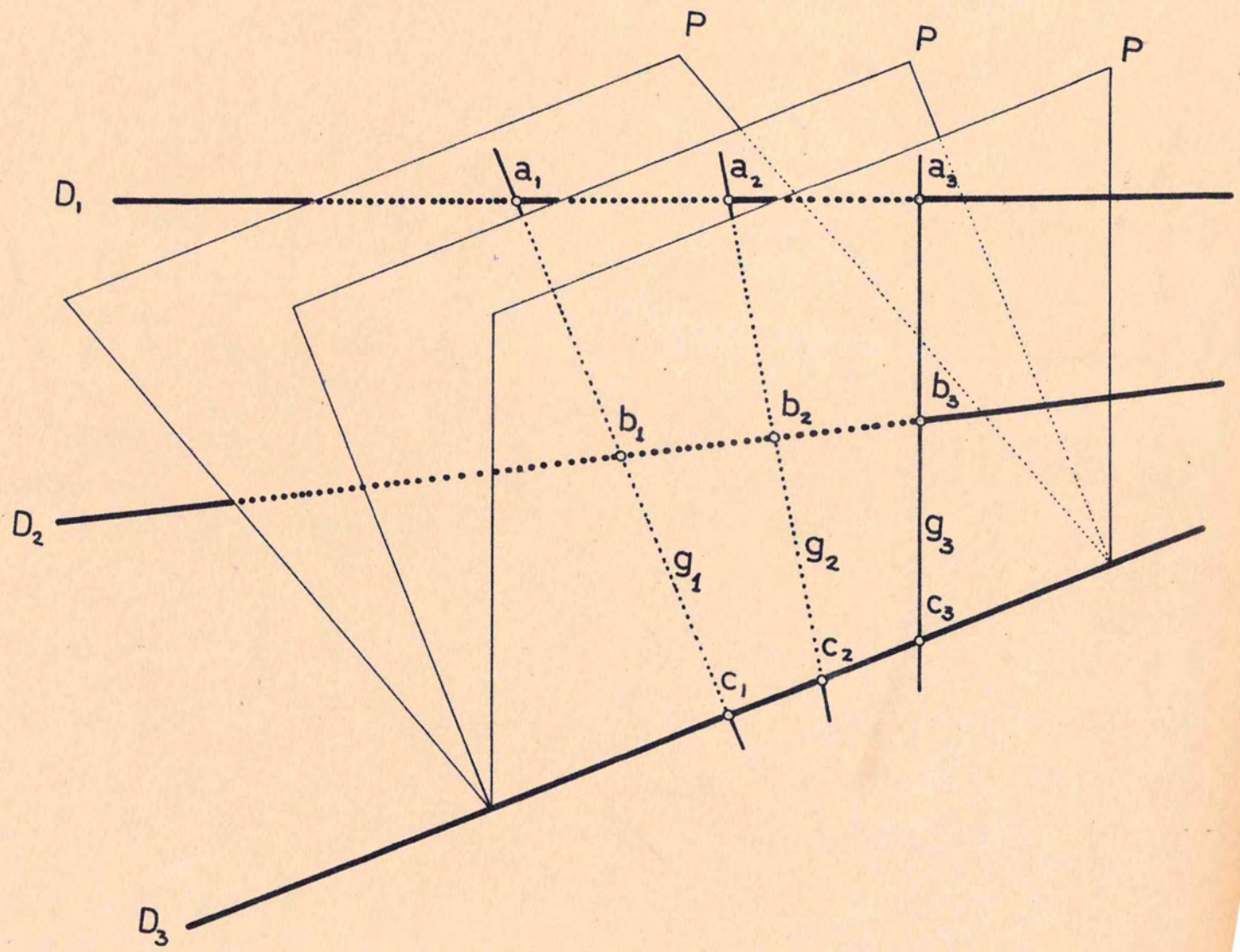
◇ SUPERFICIE DE IGUAL PENDIENTE,

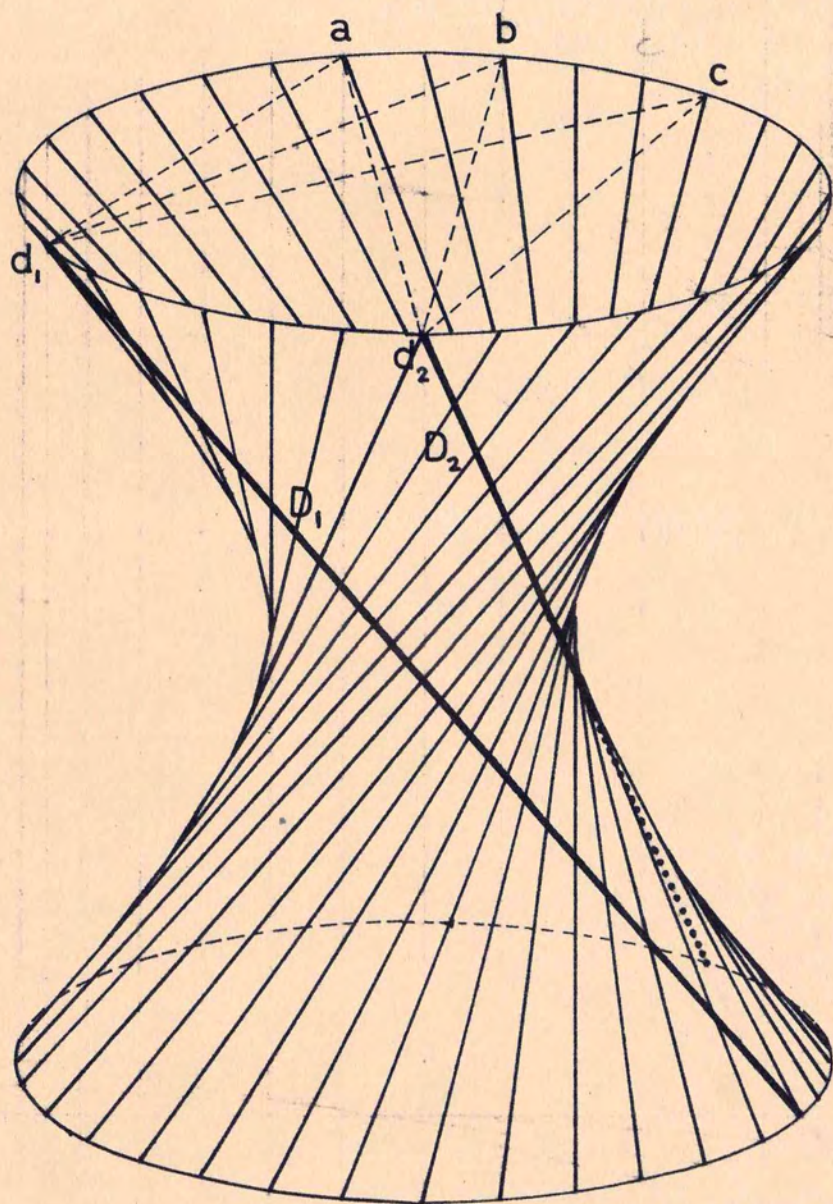


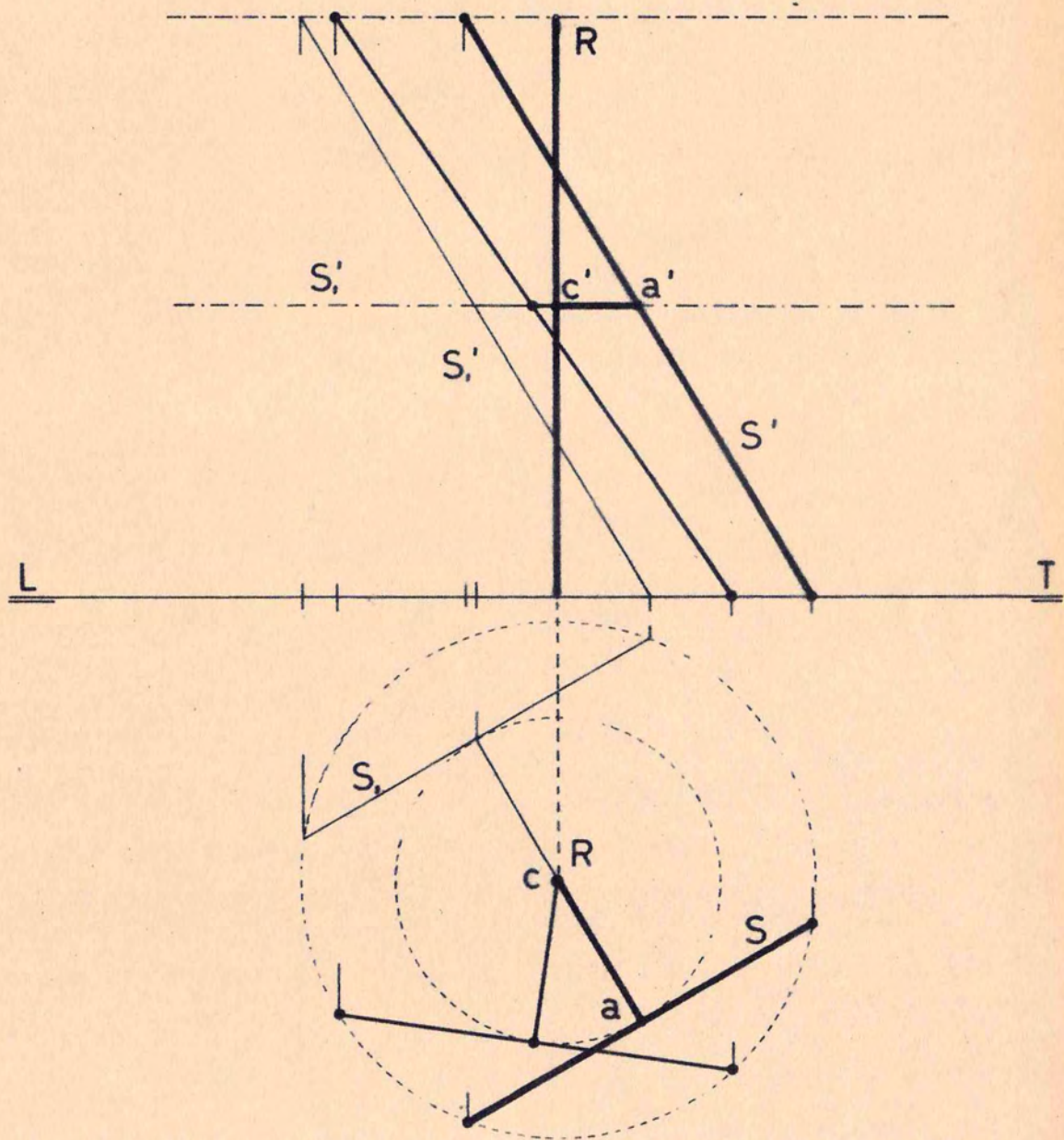


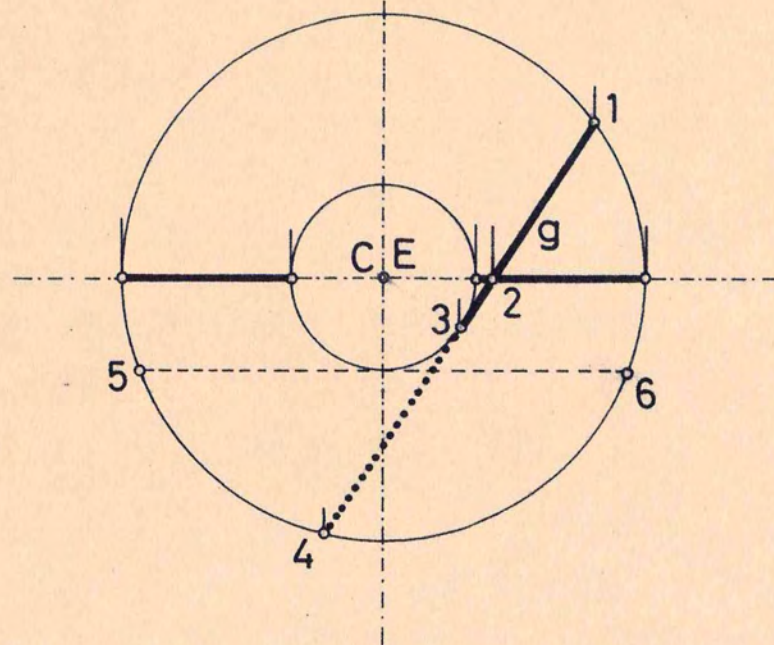
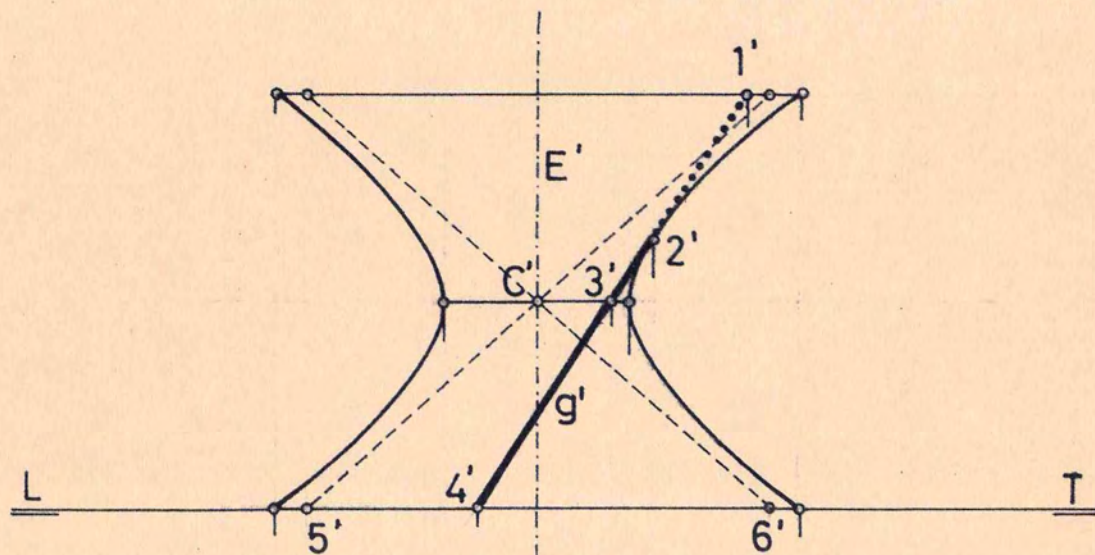


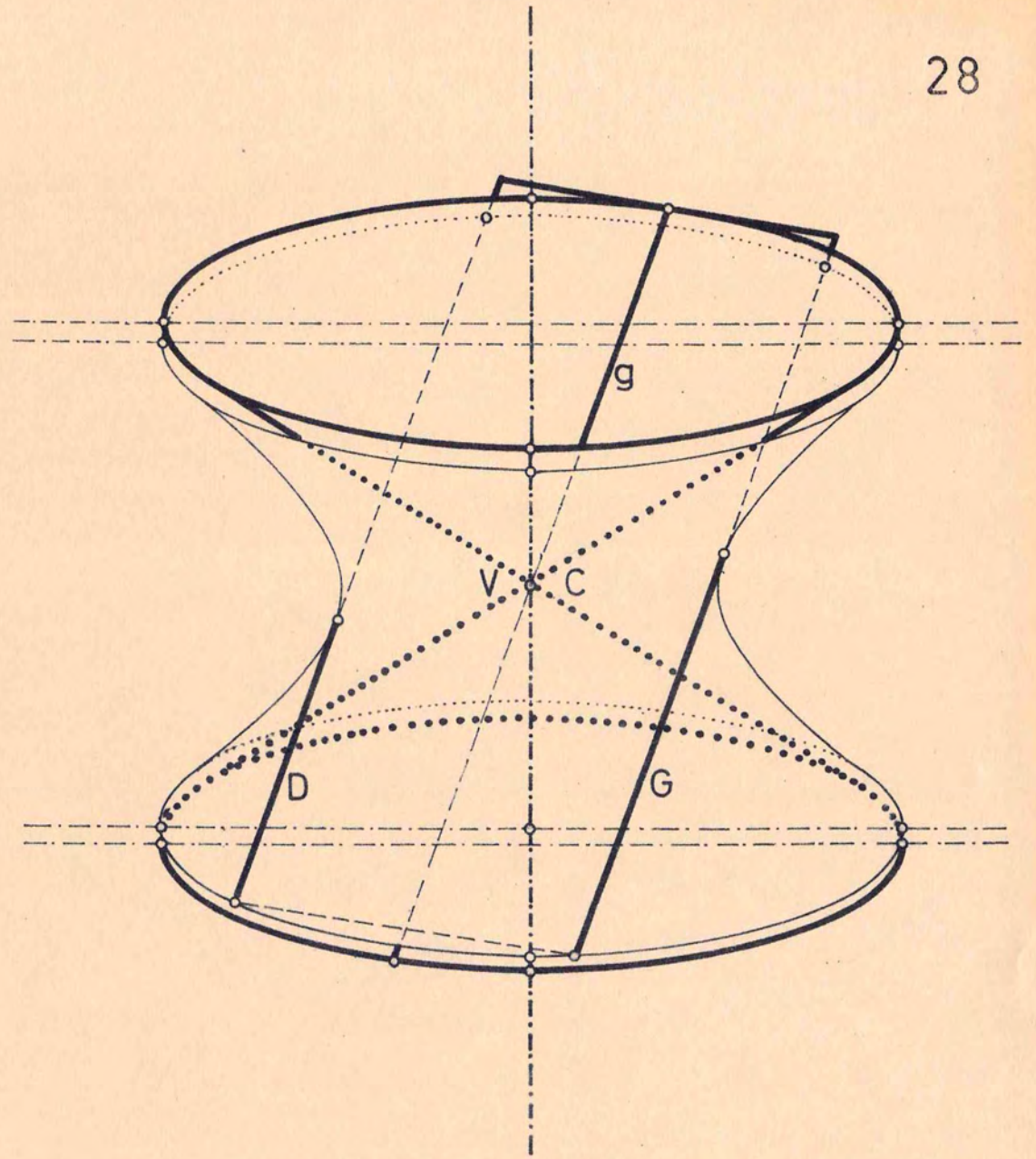


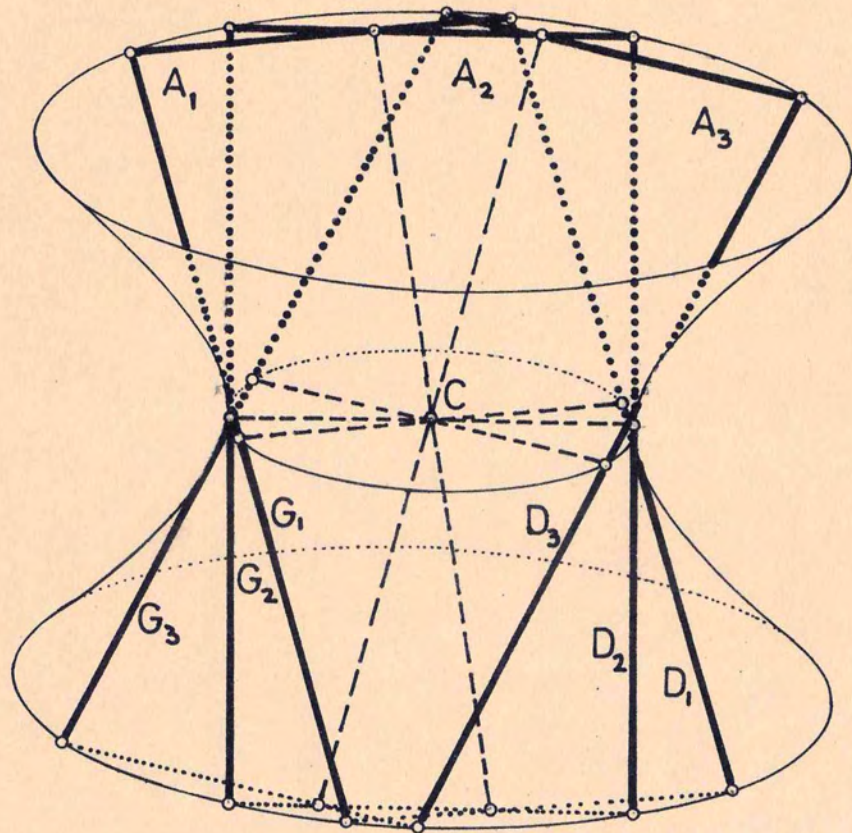


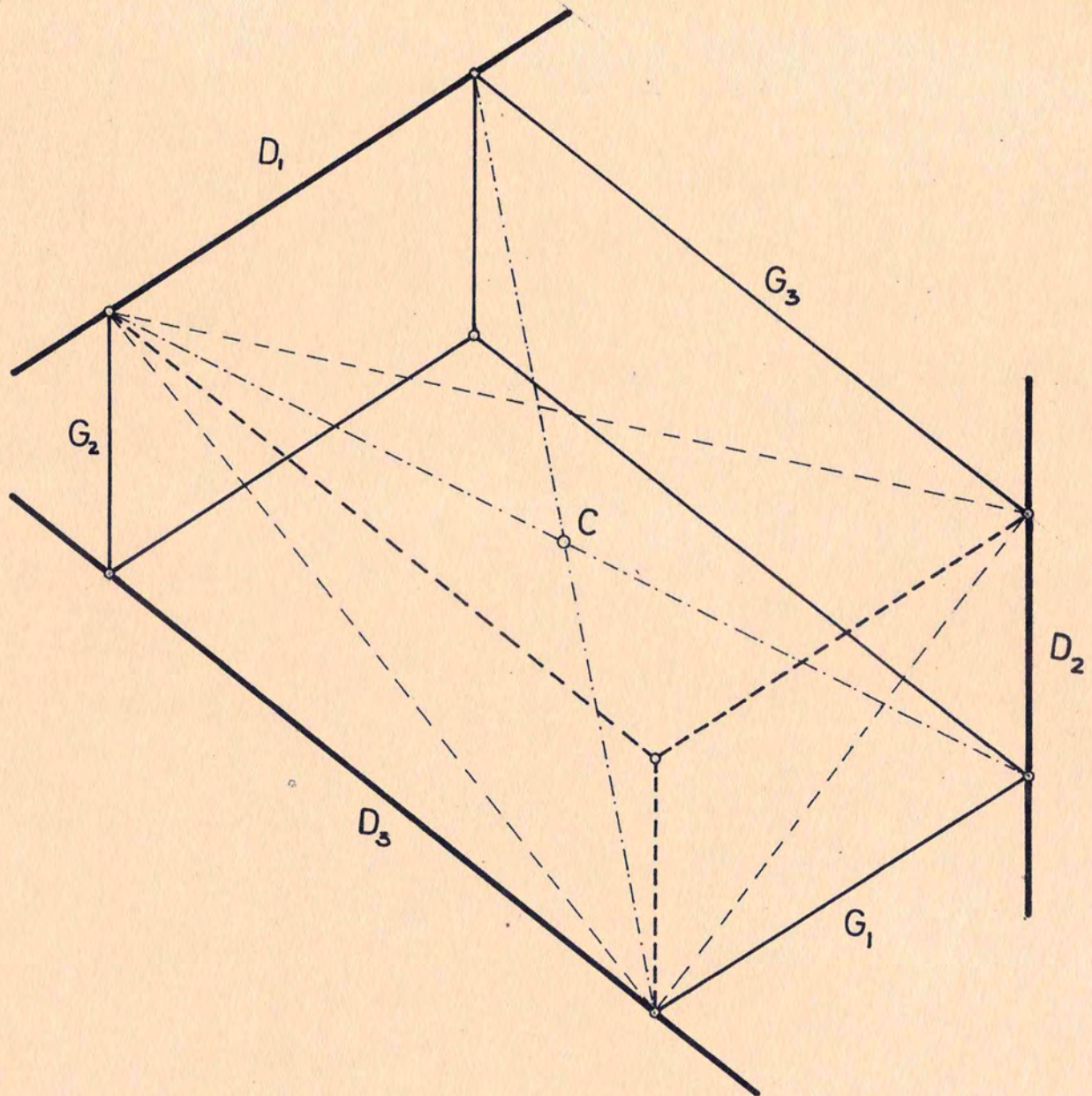


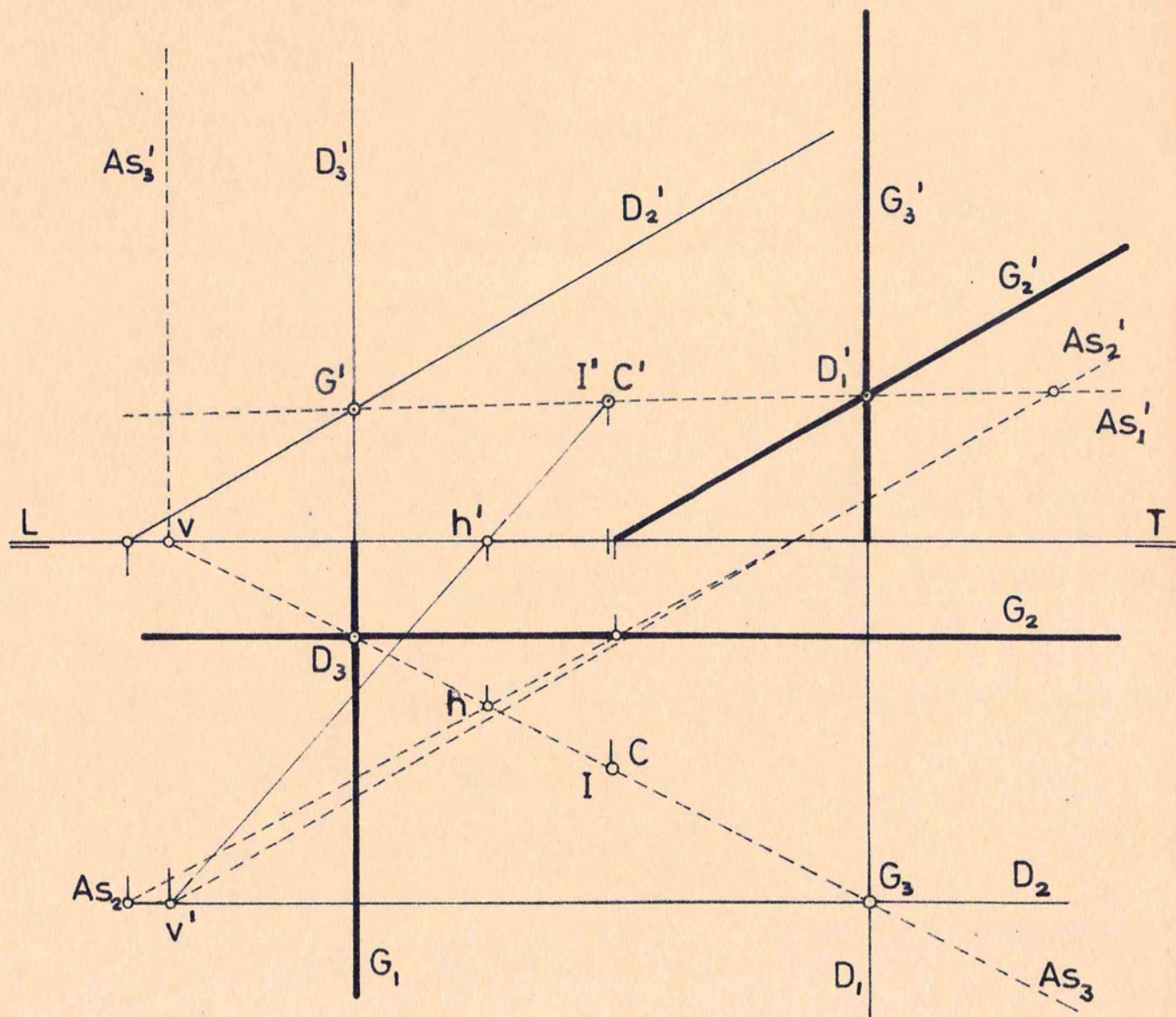


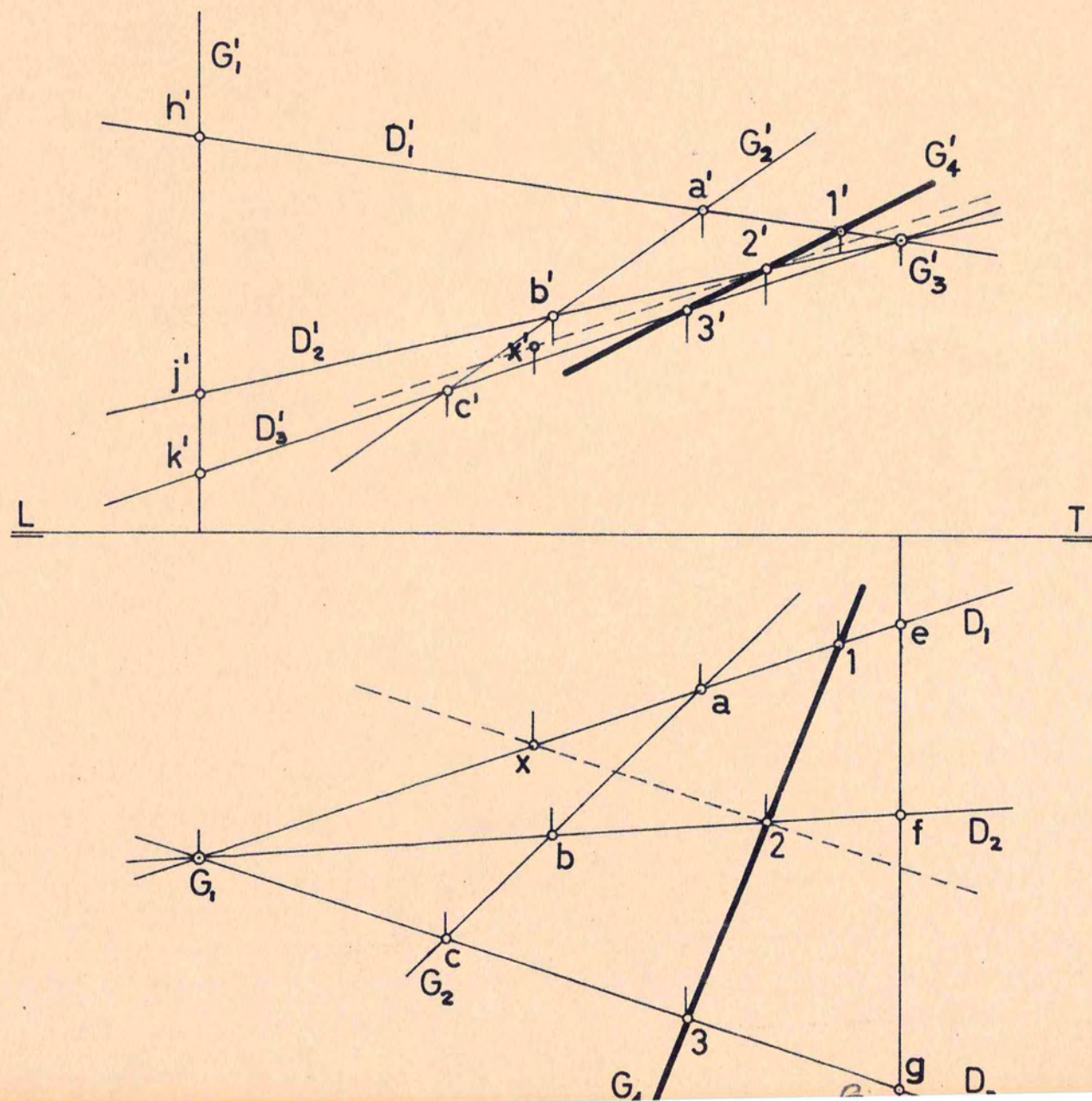


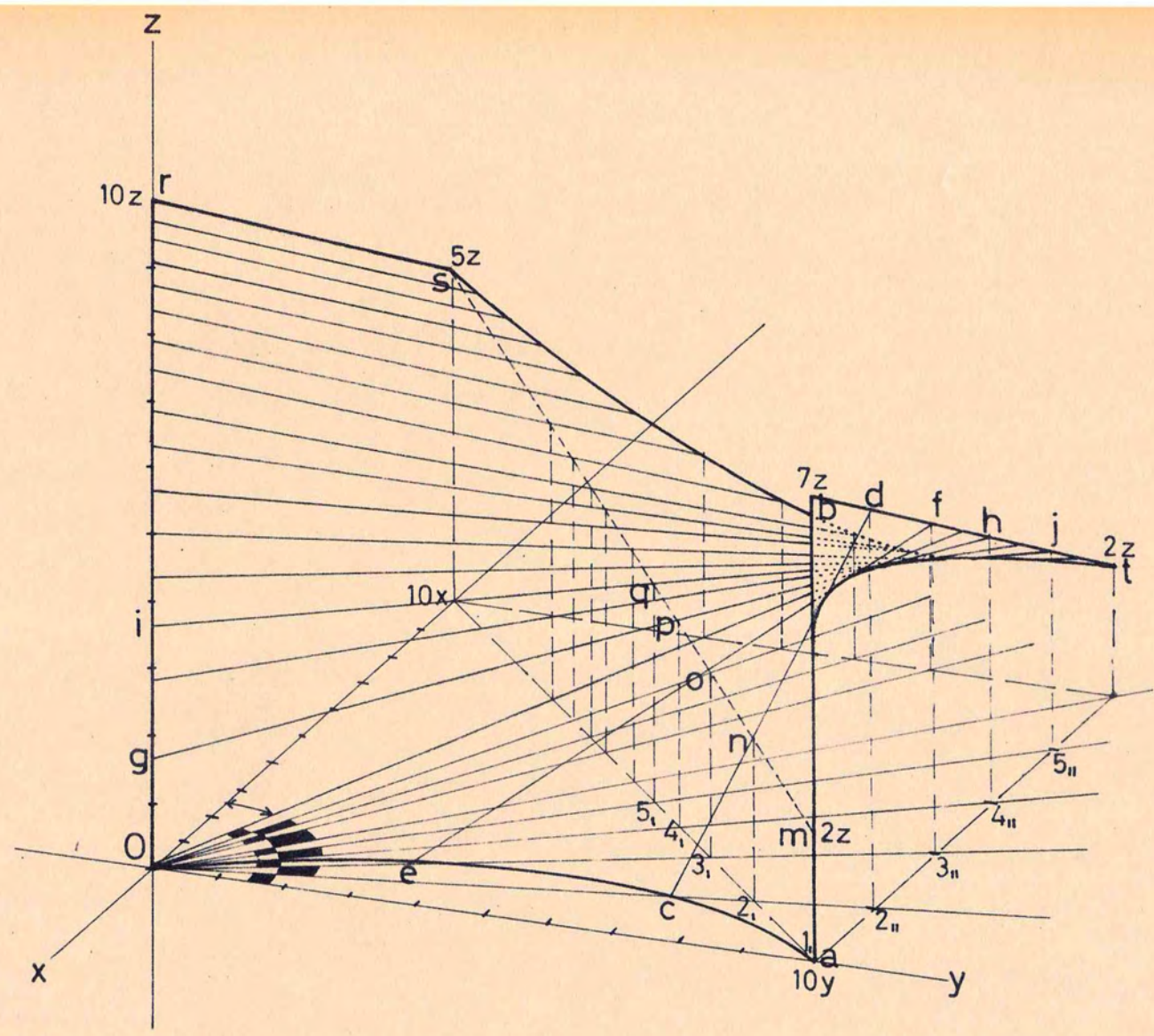




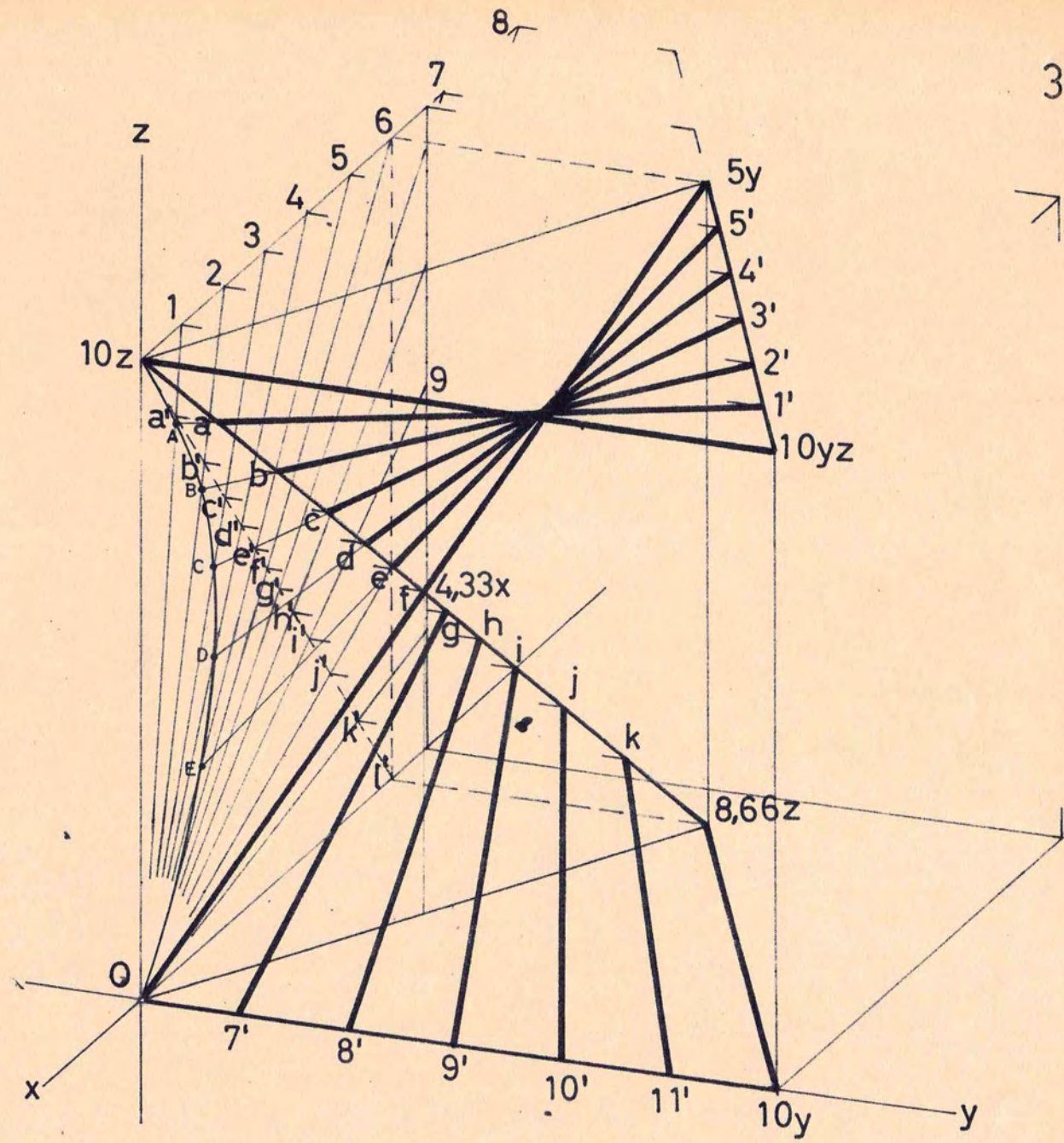




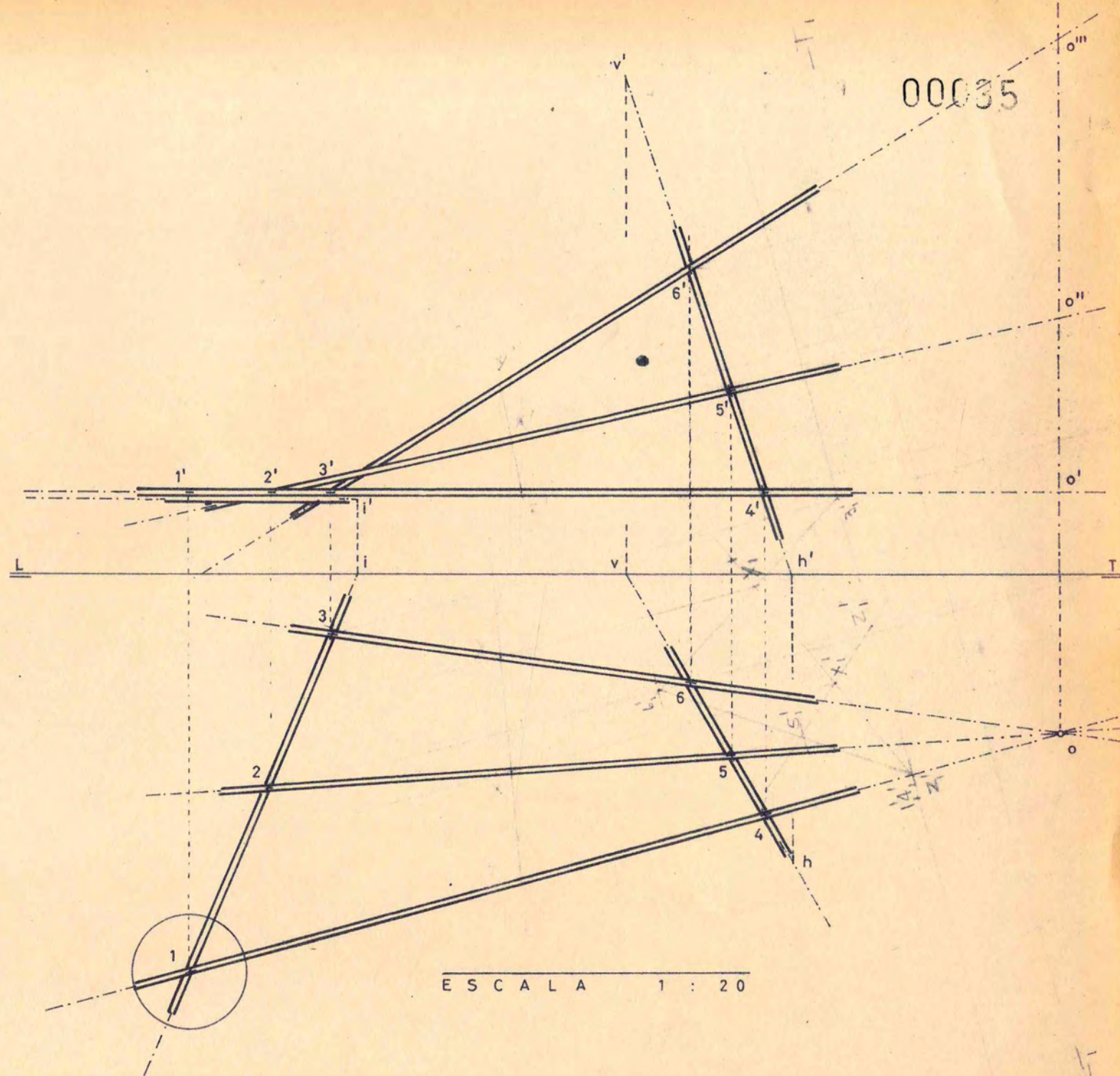




○ HIPERBOLOIDE ELIPTICO
SOBRE PLANTA CUADRADA.



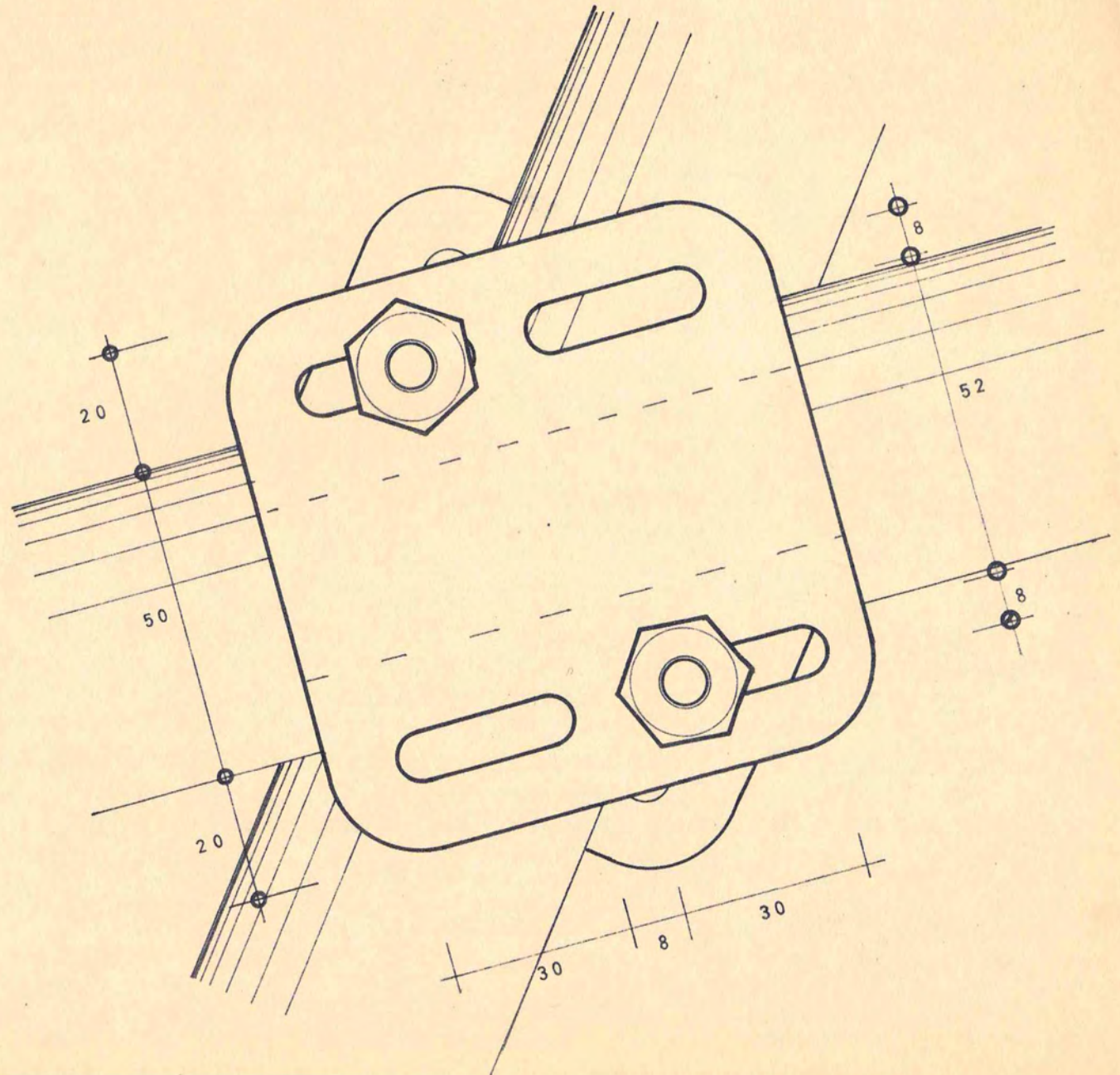
00035



E S C A L A 1 : 20

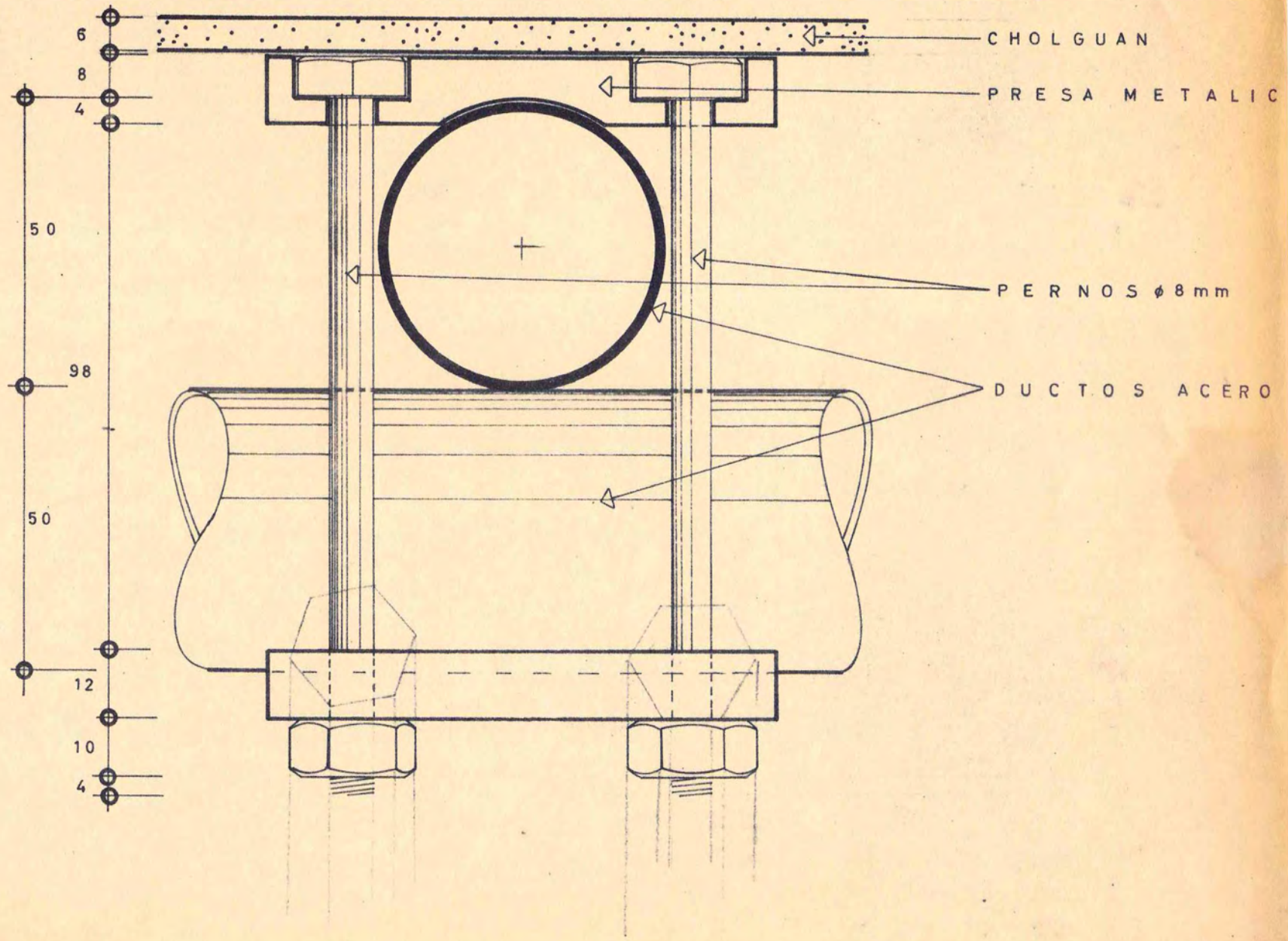
00036

E S C A L A N A T U R A L



00037

E S C A L A N A T U R A L



COMPLEMENTACION AL SEMINARIO DE EDIFICACION.

REPLANTEO EN OBRA DE SUPERFICIES DE DOBLE CURVATURA.

P R O G R A M A .

- I.- Realización del replanteo. (hiperboloide elíptico)
 - 1.a). Definición de la estructura.
(especificación general y construcción explicativa del manto).
 - 1.b). Planta.
 - 1.c). Cortes en planta.
 - 1.d). Cortes alzados y,
 - 1.e). Perspectiva o fotografías de un modelo del proyecto.

 - 2.- Procedimiento de trazado en sitio.
 - 2.a). Determinación de alturas de un punto cualquiera del manto, a partir de las abscisas y coordenadas horizontales.
 - 2.b). Coordenadas de un punto del manto.
 - 2.c). Ecuación de una sección plana arbitraria del Hipel. (cónica)
 - 2.d). Sistema de ecuaciones para las rectas del manto.
 - 2.e). Determinación de un plano tangente al manto en un punto de inflexión cualquiera.

 - 3.- Trazado en terreno y comprobación. (taquimetría)
-
- II.- Modelo de madera a escala (1:100).
 - a). Consideración estructural.

VALPARAISO, 30 DE NOVIEMBRE DE 1970.-
(fecha de entrega)

I.1.-a) DEFINICION DE LA ESTRUCTURA. (Especificación general).

La especificación contemplará solamente la descripción inherente al manto mismo y su forma constructiva. El problema de instalación de faenas, orientación, trazado, erección de cerchas guías y su construcción, fijación de las mismas y construcción del andamiaje pertinente, se se expondrá en forma muy sucinta en capítulos posteriores.

El manto del HIPEL (hiperboloide elíptico) se realizará en una placa de madera compuesta de tres capas de listonaje entrecruzado que a continuación se detalla,:

a.- Sobre las cerchas guías, debidamente comprobadas, y recibidas por el profesional encargado de la obra, se procederá a fijar 64 puntos sobre cada cercha, los que se distanciarán entre si proporcionalmente, y materializándose primeramente en la cercha $Y = -1,50$ y la cercha mayor, equivalente a $Y = 38,50$; estos puntos serán materializados con clavos de $4''$ en ambas cerchas extremos $\frac{1}{2}$ sobre la elipse trazada sobre la cercha r respectiva, una vez levantada ésta.

Partiendo desde el punto cenital $(P/x_0, y_0, z-6)$ de la cercha garganta, se dirige un rayo visual hacia el $(P/x_{23,2} \text{ aprox.}, y_{36}, z_6 \text{ aprox.})$ y otro rayo visual hacia el $(P/x_{-23,2} \text{ aprox.}, y_{36}, z_6 \text{ aprox.})$. Estas rectas que son o representan cada una las dos familias de generatrices y directrices respectivamente se fijarán para proceder así sucesivamente con la materialización de las 64 directrices mas 64 generatrices restantes. Las rectas, debidamente fijadas a través de los apoyos de cerchas intermedias se harán con alambre negro N° 18.-

Las cuerdas de alambre, darán, por primera vez en la obra, una visión mas veráz de lo que será el hipel en definitiva. Cabe señalar que el modelo representa en principio este mismo cuadro, sólo que en la obra las generatrices rectas se repetirán mas a menudo (4 veces mas tupido).

Los listones de sección rectangular, y cuya escuadría es de $1'' \times 3''$ cepillado por las cuatro caras, será de la. calidad, seca y de 3,60m de largo. Estos serán fijados de plano sobre las cerchas y en la dirección de las guías de alambre (una de las familias de guías). Luego se procederá a marcar sobre estos listones ya colocados la dirección de la segunda familia de generatrices. Seguidamente se intercalarán los listo-

nes que, respetando la dirección de las rectas del manto, lleguen a juntarse. Las cuñas que resten por rellenarse se cubrirán con el mismo tipo de listones que, previamente se cortarán en la obra y con el ángulo necesario en una banco de sierra huincha. Esta maquinaria estará provista de un carro deslizante que permitirá la sujeción del listón acortar en el ángulo deseado de tal manera que ambas cuñas y por tener el mismo ángulo sean empleadas de dos en dos en el relleno de la primera capa formera del manto.

A medida que la superficie creciente sea suficiente se procederá a la colocación de la segunda capa de madera en sentido ahora de las cerchas, o sea de forma elíptica, empleándose con dicho fin listonaje similar, que sólo variará en espesor, siendo solo de 1/2", para permitir una mayor facilidad de alabeo. El comienzo de la colocación de listonaje se hará por el punto de mayor cota, avanzándose siempre de línea de cota en cota. En forma simultánea retrasada se procederá a fijar la tercera y última capa de listonaje similar a la primera, que se colocará en sentido de la segunda familia de generatrices.

Las maderas a usarse variarán de acuerdo a la resistencia de ellas y a las solicitaciones a que esté sometido el conjunto estructural, solo puedo adelantar que el manto estará compuesto de Un solo tipo de madera.

El trabajo monolítico y la sujeción de los elementos entre sí, se logrará mediante el pegamento en frío, a los que se agregan los tornillos de 1 1/2" de largo que serán colocados en los cruces del listonaje con el listoneado intermedio. Se colocará la cantidad de tornillos que sea necesario para producir un calce perfecto de las capas formeras, que por supuesto deben vencer el esfuerzo de torsión de sus componentes, producto del alabeo propio de la superficie.

Una vez concluida la cubierta, se procederá a limitarla a la altura de la cota 0. Para ello se cortará el manto mediante una sierra circular portátil eléctrica (de mano) a lo largo de la limitación previamente trazada.

Por otra parte, se ha ejecutado el cimiento, cuyo trazado obedece al cuadro N° 7.-, como se explica en un posterior capítulo, del cual aparece la enfierradura mas la propia del sobrecimiento, aún sin concretar. Pues bien, el manto de madera se rematará con un ángulo de acero, el que irá apernado al emparedado de madera cada 0.20 m y estará provisto de varillas

de anclaje dobles de fe de construcción similar al anterior de ϕ 10mm y de 0,80 m de longitud, igualmente cada 0,20 m de separación. El ángulo metálico debidamente afianzado a la cubierta, cuya ala mayor es horizontal y su escuadría es h-60mm y a-90mm de espesor 5mm, tendrá los chicotes de anclaje (soldados) formando ángulo con la base horizontal del perfil. Estos anclajes se puntarán con soldadura al arco a la enfierradura del sobrecimiento. Seguidamente se procederá a colocar el moldaje de sobrecimiento y para concluir se homigonará el sobrecimiento hasta la cota 0. Dentro del período de fragua del hormigón de sobrecimiento se procederá a colocar los aislantes termico-acústicos al manto, las instalaciones electricas u otras, las impermeabilizaciones o cubiertas metálicas si se desea, etc. Es necesario destacar que el escurrimiento de las aguas lluvias debe asegurarse hasta por lo menos unos 5 cms bajo la cota 0 y fuera del sobrecimiento, para evitar toda posibilidad de contacto del agua con la estructura de cubierta.

Tambien se procederá a construir los tabiques o muros propios del proyecto, los que se fijarán de tal forma que exista un desplazamiento longitudinal al muro y no así en forma normal a él. Este desplazamiento además exigirá una separación normal a la cubierta de unos 10 a 15 mm. La ejecución de divisiones autosoportantes deberán respetar esta última separación, tomándose si las precauciones de sello que sean correspondan.

Toda apertura que desee realizarse, debe ser proyectada en lo posible en los muros exteriores elípticos, evitando proyectar puertas o ventanales y similares en el manto de hipel.

Cumplido el período de fragua del hormigón de sobrecimiento se procederá a retirar las cénhas elípticas guías que sirvieron de igualmente de soporte al manto en dicho período. Se tratará el manto con la terminación deseada y se pintará o barnizará, para finalmente retirar el andamiaje paulatinamente. En esta forma se ha brá logrado hacer trabajar el manto con las sollicitaciones inherentes a sus regimenes de fuerzas y luego de un pequeño tiempo de acomodo se producirá su estabilidad definitiva. El manto que se muestra, a no ser por la acción ambiental, no requiere refuerzos de borde, siendo necesarios éstos cuando la estructura no descarga sus esfuerzos a anclajes fijos o inamovibles. Las vigas de borde, como lo dice su nombre, son elementos llamados a transmitir los esfuerzos tangenciales a otros elementos, que puede ser una base de sustentación cualquiera, y trabajarán o recibirán los esfuerzos tangenciales.

+9.425
+9.375

-1.50

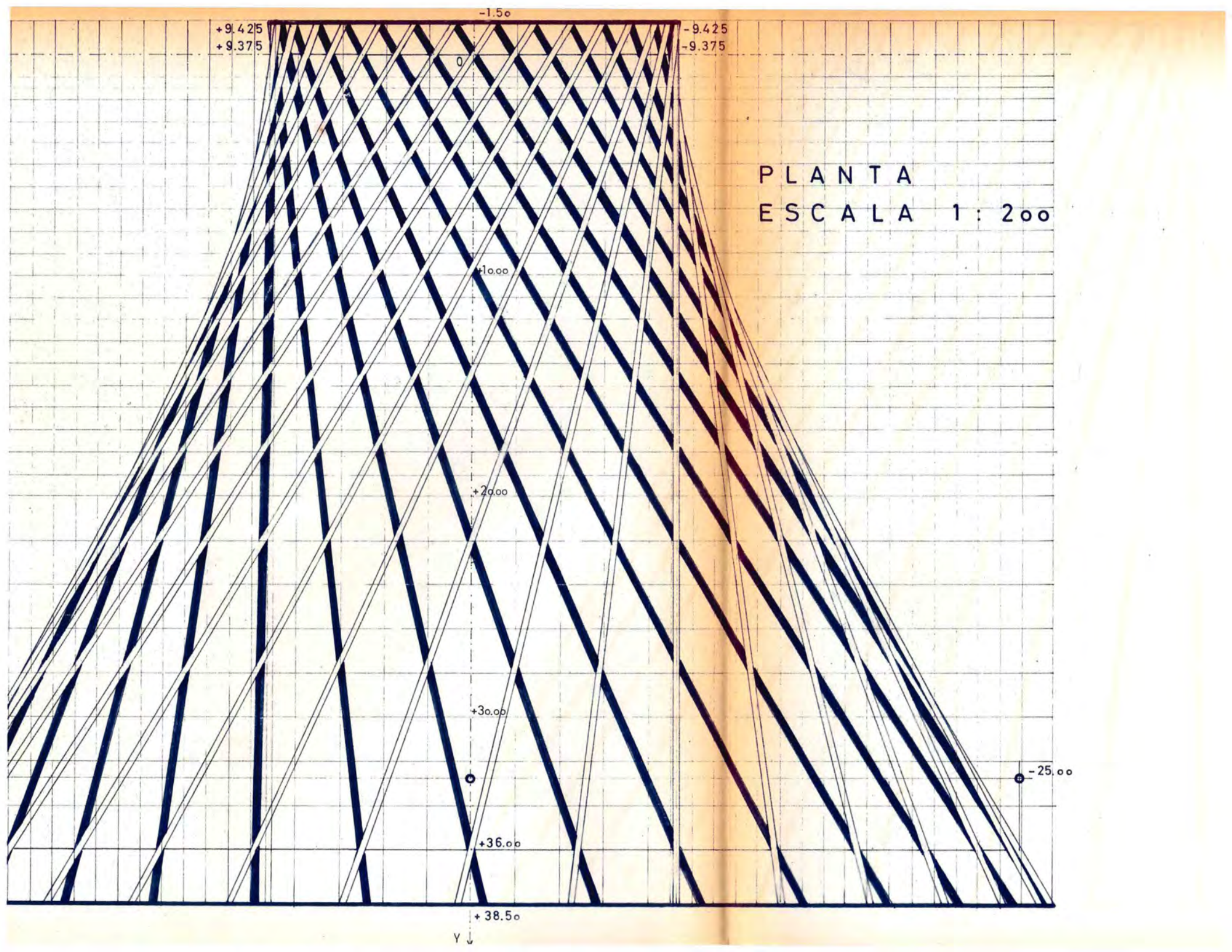
-9.425
-9.375

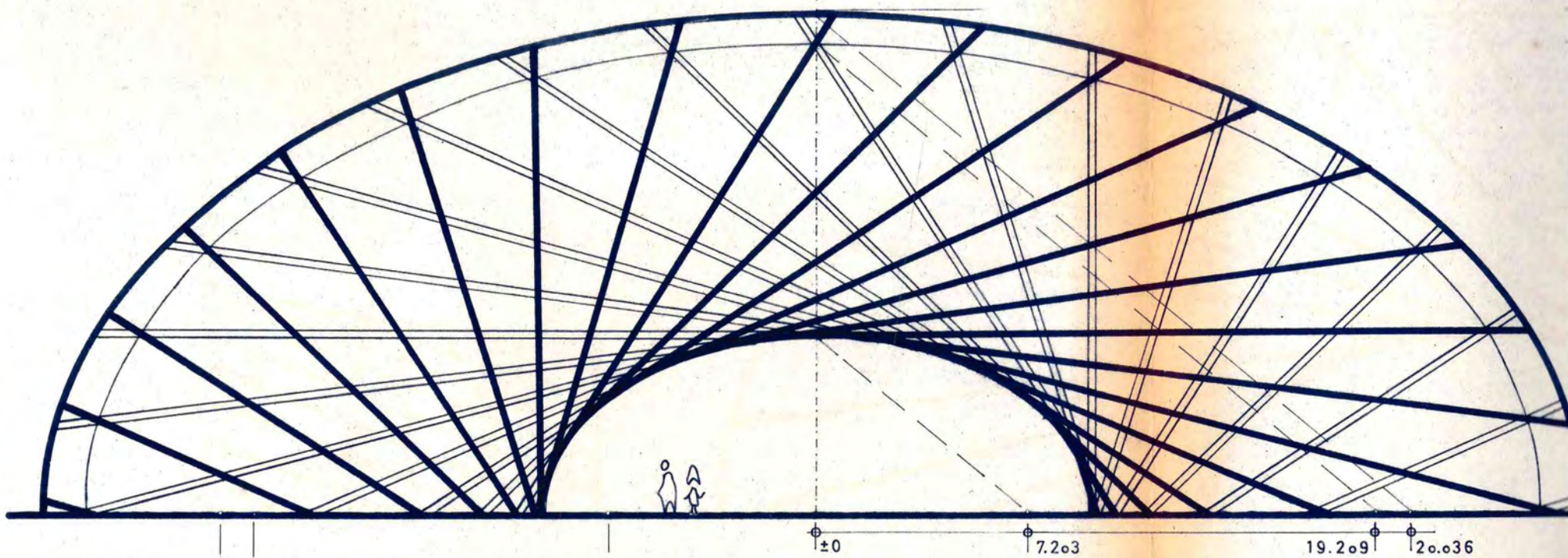
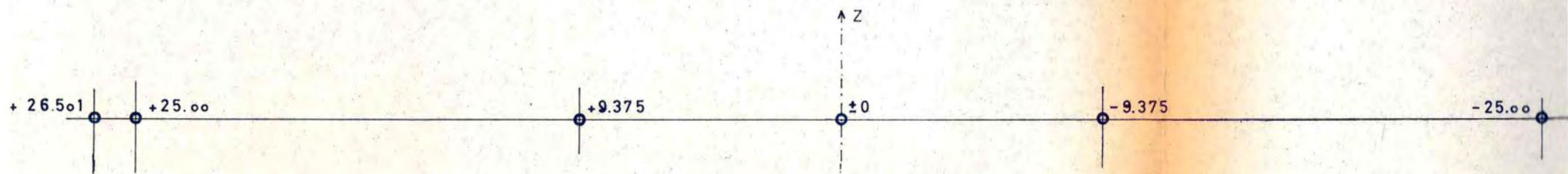
PLANTA
ESCALA 1:200

0
+10.00
+20.00
+30.00
+36.00
+38.50

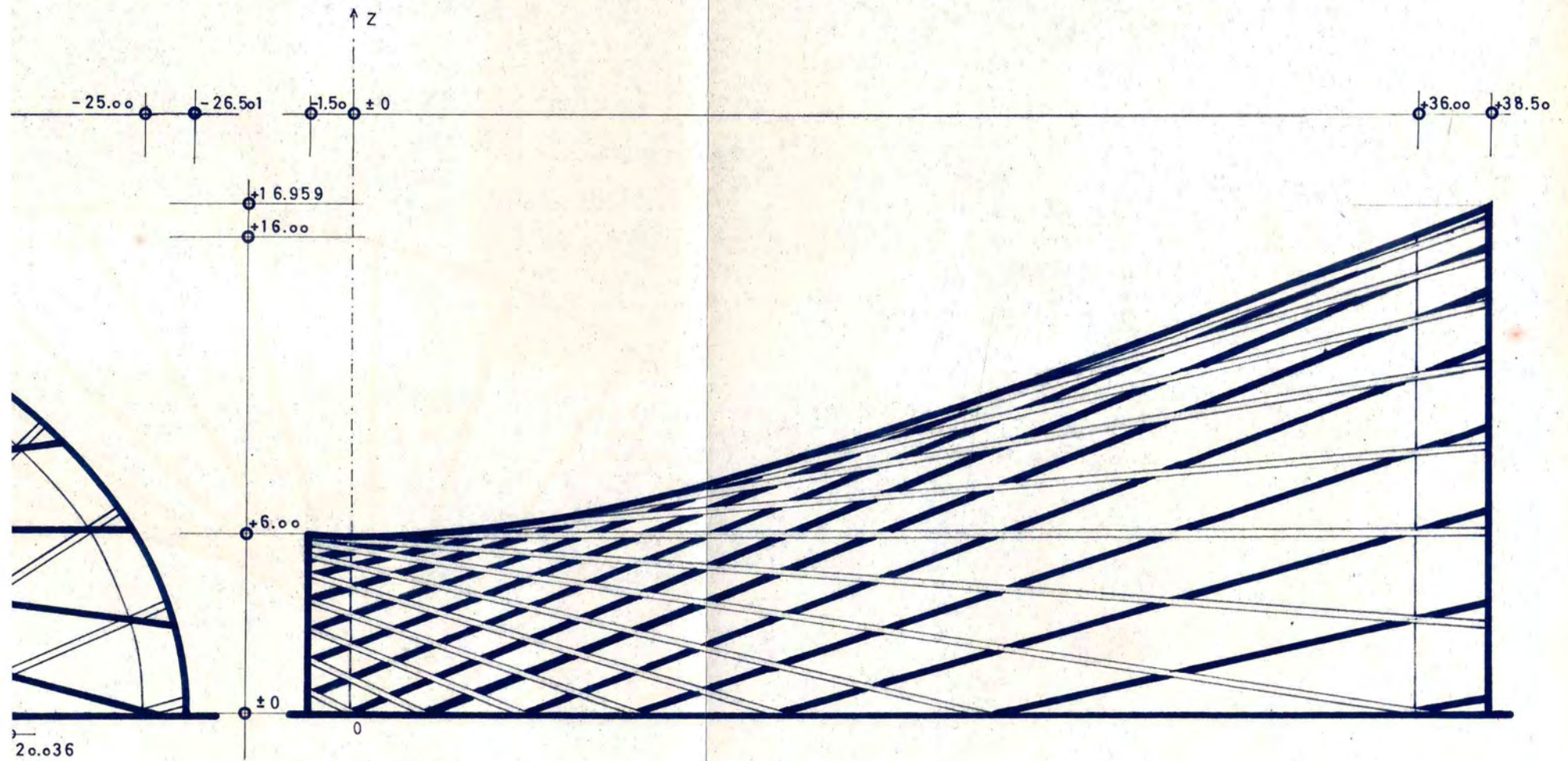
-25.00

Y ↓



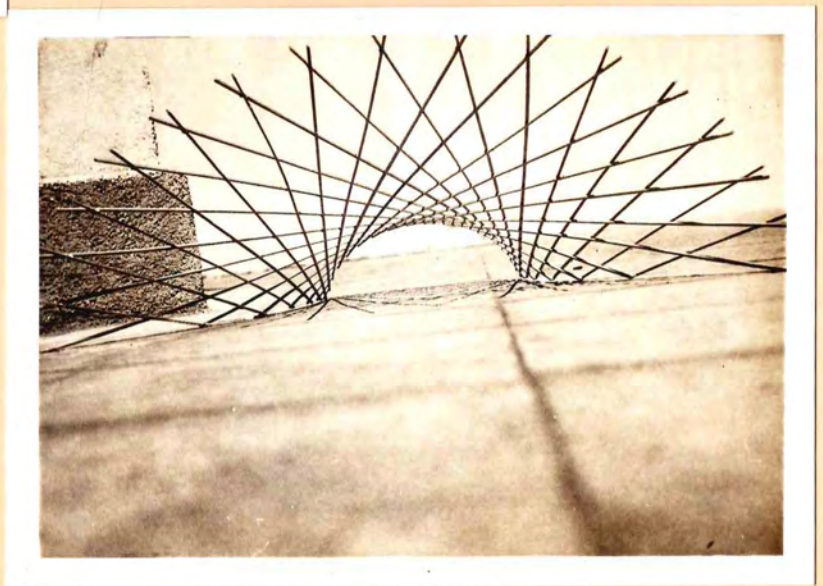
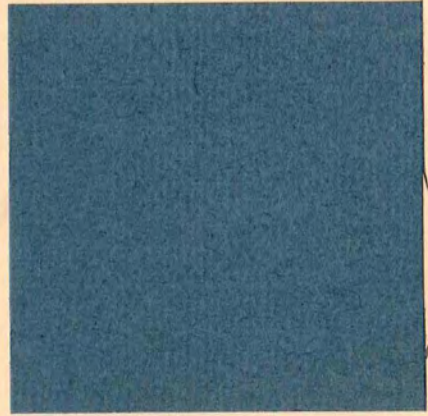


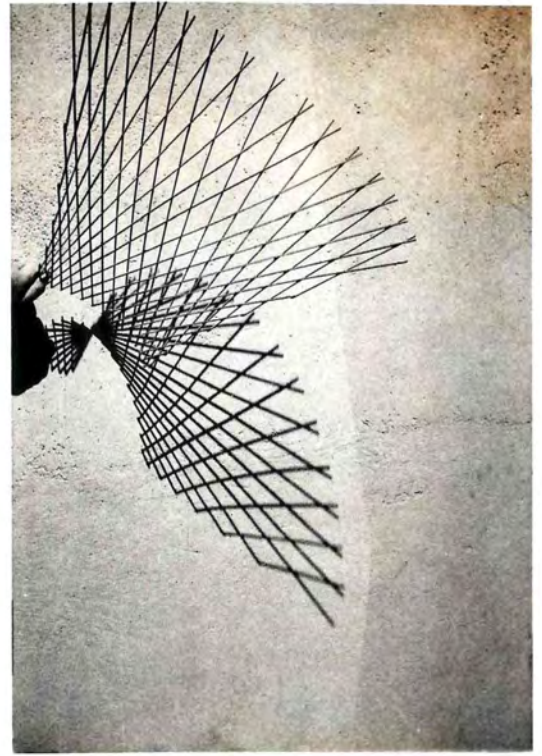
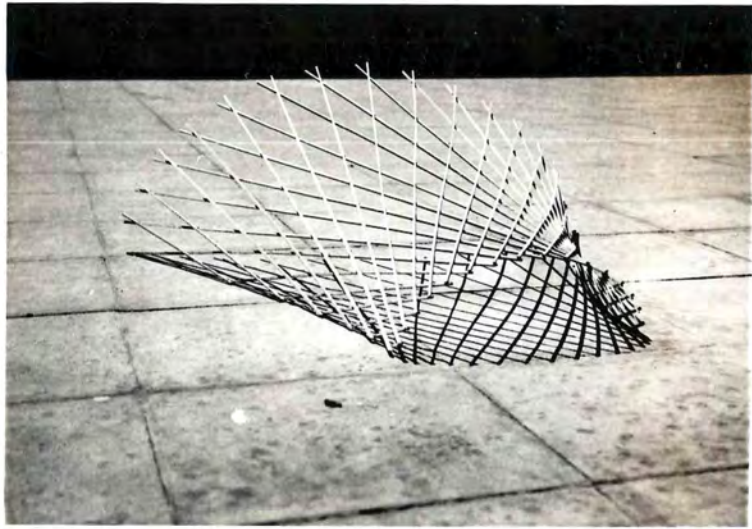
ELEVACION FRONTAL

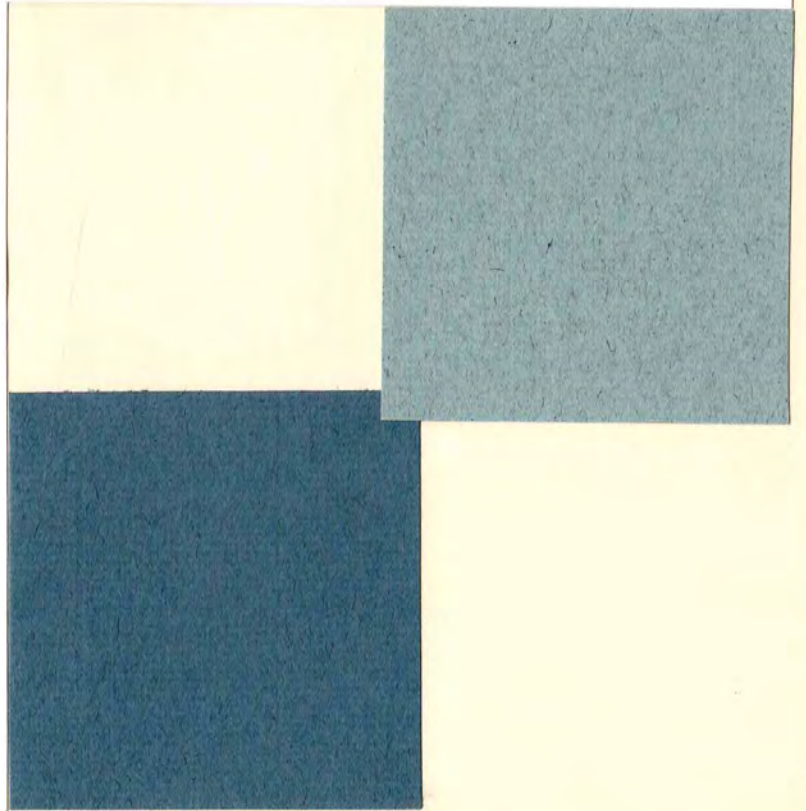
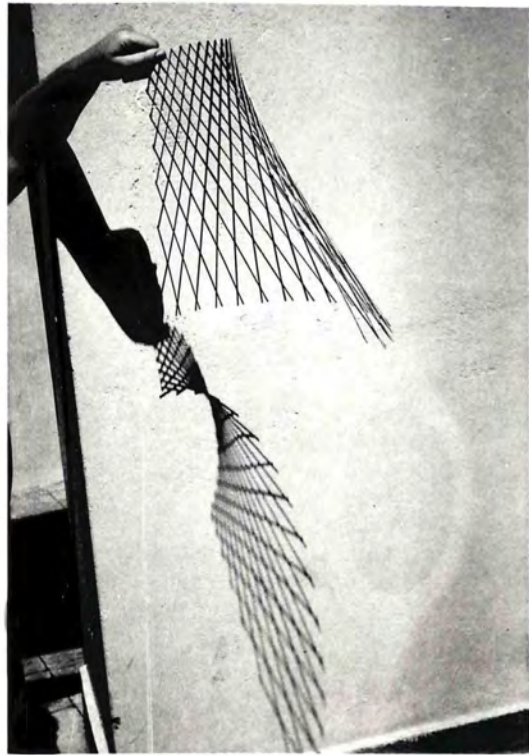
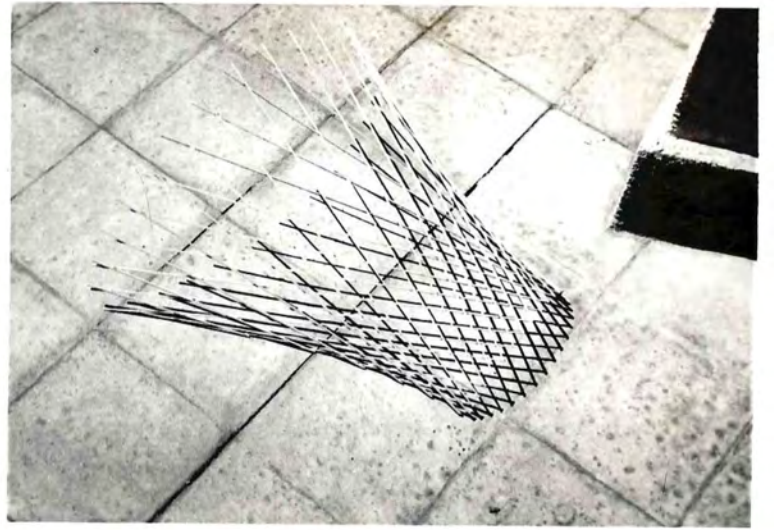


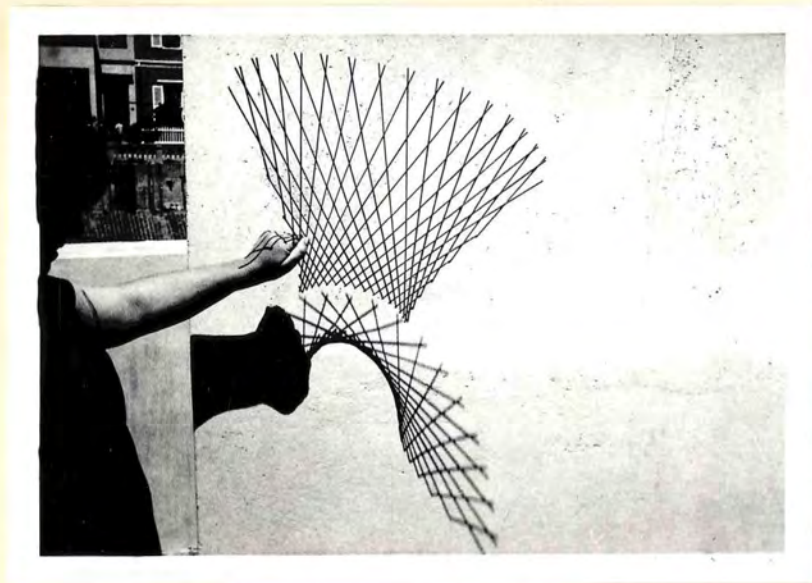
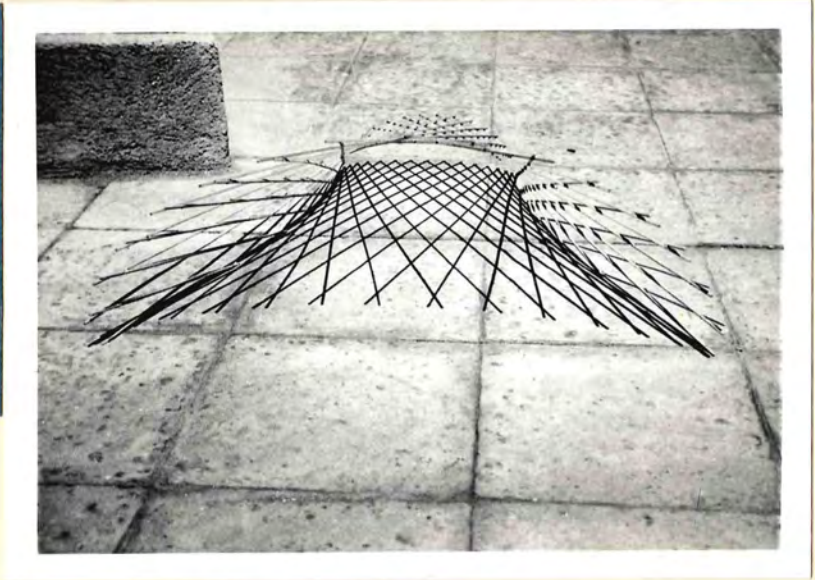
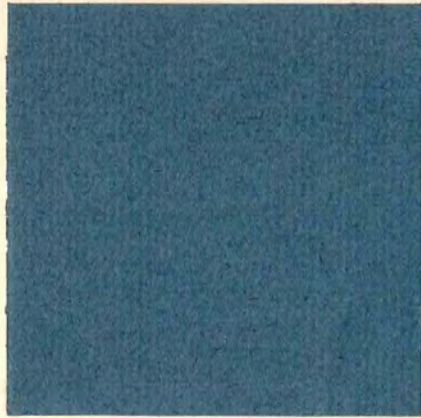
ELEVACION

LATERAL









2° PROCEDIMIENTO DE TRAZADO EN SITIO.

Comenzaremos por plantear el procedimiento matemático del trazado del "HIPERBOLOIDE ELIPTICO", considerando para ello la ecuación de la superficie y la ecuación, o sistemas de ecuaciones de las secciones planas verticales y en ciertos casos genéricas, y finalmente mediante la aplicación de estos sistemas, llegar a determinar la ubicación exacta de un punto del manto.

Viceversa, determinando las necesidades fundamentales de nuestro espacio arquitectónico, también podemos llegar a establecer la ecuación básica de la forma, fijando además, sus limitaciones dimensionales.

El punto de partida de nuestras operaciones está en la expresión canónica ó central de la ecuación básica, anteriormente aludida, y que es:

$$Ax^2 + By^2 + Cz^2 + 2Dyz + 2Ezx + 2Fxy + 2Gx + 2Hy + 2Iz + K = 0$$

Por eliminación de los sumandos doble-productos se logra el paralelismo de los ejes de la forma con los ejes del sistema coordenado, teniendo así la ecuación:

$$Ax^2 + By^2 + Cz^2 + 2Gx + 2Hy + 2Iz + K = 0$$

Eliminando luego los términos expresados en primer grado obtenemos:

$$Ax^2 + By^2 + Cz^2 + K = 0$$

ecuación ésta que representa a una cuádrlica, cuyos ejes coinciden con los ejes coordenados, o que se llama también "ECUACION CENTRAL ó CANONICA".

Las ecuaciones precedentes representan superficies de segundo grado; curvas, de revolución y alabeadas regladas. Para mayor comodidad en la operatividad la igualaremos a la unidad:

$$\frac{x^2}{a^2 \pm k} \pm \frac{y^2}{b^2 \pm k} \pm \frac{z^2}{c^2 \pm k} = 1$$

o bien, simplemente
$$\frac{x^2}{a^2 - k} + \frac{y^2}{b^2 - k} + \frac{z^2}{c^2 - k} = 1$$

En la última ecuación el signo de cada sumando dependerá del valor de "k" con respecto al valor de las constantes a, b y c. Si k es mayor que a, b, o c, y solo de una constante, estaremos en presencia del Hiperboloide de una hoja; si k es mayor que dos de las constantes, el lugar geométrico será un hiperboloide de dos hojas y; si k es mayor que las tres constantes la superficie es un punto, no existe lugar geométrico o también se pasa a llamar una cuádrica degenerada.

Por otra parte, si k es menor que las constantes a, b y c, el lugar geométrico del punto será un elipsoide. Dependerá de los valores de a, b y c entre sí, si se trata de un elipsoide de tres ejes, de revolución achatado o alargado o de una esfera llamado también manto esférico.

Ecuación Central o Canónica del Hiperboloide Elíptico.

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1 \text{ (hiperboloide cuyo eje principal es "z" y vertical).}$$

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1 \text{ (hiperboloide cuyo eje principal es "Y" y horizontal).}$$

$$-\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1 \text{ (hiperboloide cuyo eje principal es "X" y horizontal).}$$

Conclusión Primera.

El término de la ecuación con signo negativo orienta a la superficie mediante la determinación de su eje principal. Se podrá obtener así, por ejemplo, que la superficie se utilice como una copa de agua o como cobertizo de un espacio arquitectónico.

Ecuación Central o Canónica del Hiperboloide de Revolución.

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2} - \frac{z^2}{b^2} = 1 \text{ (hiperboloide de rev. cuyo eje principal es vertical).}$$

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{a^2} = 1 \text{ (hiperboloide de rev. cuyo eje principal es horizontal).}$$

$$- \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{b^2} = 1 \text{ (hiperboloide de rev. cuyo eje principal es horizontal).}$$

Conclusión Segunda.

Si igualamos los factores constantes positivos de la ecuación de los hiperboloides obtendremos que éstos se transforman en hiperboloides de revolución

Conclusión Tercera.

La relación numérica entre los términos constantes positivos entre sí, determinan la curvatura de las elipses del hiperboloide elíptico. (Secciones planas normales al eje principal).

Conclusión Cuarta.

Si uno de los términos constantes positivos es mayor que el otro o menor, se determinará que las secciones elípticas del hiperboloide tendrán sus ejes mayores o menores coincidentes con los ejes x, y o z respectivamente. Así por ejemplo, en una concha acústica se podrá determinar que la altura máxima o semi-eje de la garganta sea mayor o menor que el semi-eje horizontal.

Conclusión quinta.

El término constante negativo fijara la curvatura de las hipérbolas. (Secciones planas paralelas al eje principal). Si el plano además es tangente a la garganta o a la superficie en su garganta, las secciones serán dos rectas que se cortarán justamente en la garganta.

Ecuación Central o Canónica del Paraboloides Hiperbólico.

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 2cz \text{ (cuyo eje principal es perpendicular a la superficie en la ensilladura y vertical.)}$$

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{z^2}{c^2} = 2by \text{ (cuyo eje principales horizontal, y en dirección y).}$$

$$\frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 2ax \text{ (cuyo eje principal es horizontal, y en dirección x).}$$

Conclusión Sexta.

El término de la ecuación expresado en primer grado orienta la superficie fijando el eje normal a ella en su punto de origen.

Conclusión Séptima.

Los dos ejes secundarios son tangentes a la superficie en el punto de ensilladura, siendo cada uno tangente a curvaturas opuestas, una positiva, y otra negativa respectivamente.

El paraboloides hiperbólico y el hiperboloides de Revolución se han mostrado como superficies límites de hiperboloides elíptico, todas estas superficies, regladas y alabeadas se rigen por ecuaciones de gran semejanza entre sí, lo que permite usar de sistemas de replanteo muy similares.

Determinación numérica y dimensional del HIPERBOLOIDE ELIPTICO.

a) DETERMINACIÓN DE ALTURAS DE UN PUNTO CUALQUIERA DEL MANTO A PARTIR DE LAS ASCISAS Y COORDENADAS HORIZONTALES .

Utilizando la ecuación:

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$$

reemplazamos los términos constantes a, b y c, de manera que a sea el semi-

eje mayor de la elipse garganta del manto; b sea el factor de curvatura longitudinal dado en función de m a y c representando las asíntotas del hiperboloide. (cono de base elíptica); y c el semi-eje menor de la elipse garganta.

En esta forma se han completado los valores de las constantes que han fijado la forma del manto, sólo resta por establecer los límites dimensionales de nuestra cubierta y del espacio arquitectónico.

NOTA : Los errores serán menores a 1mm en el cálculo de los puntos del manto.

$$1.- \frac{x^2}{(9,375)^2} - \frac{y^2}{(14,562)^2} + \frac{z^2}{6^2} = 1$$

Si deseamos determinar la altura "z" de un punto cualquiera del manto, bastará con dar valores a los términos "x" e "y" (coordenadas en el plano horizontal $z = 0$.)

$$2.- \frac{0}{(9,375)^2} - \frac{0}{(14,562)^2} + \frac{z^2}{6^2} = 1 \quad (\text{Comprobación})$$

$$\frac{z^2}{6^2} = \frac{6^2}{6^2} \quad z = 6$$

$$3.- \frac{0}{(9,375)^2} - \frac{36^2}{(14,562)^2} + \frac{z^2}{6^2} = 1 \quad (\text{comprobación})$$

$$\frac{z^2}{36} = \frac{1.296}{212,0613} + 1 ; \quad z^2 = \frac{46.656}{212,0613} + 1 \quad z = 16$$

$$4.- \frac{0}{(9,375)^2} - \frac{(14,562)^2}{(14,562)^2} + \frac{z^2}{6^2} = 1 ; \quad z = \sqrt{72} ; \quad z = 8,485$$

Para demostrar que se puede determinar cualquier punto del manto, calcularemos un punto que cumpla con las condiciones siguientes :

$$w = x = y = z$$

$$5.- \frac{w^2}{(9,375)^2} - \frac{w^2}{(14,562)^2} + \frac{w^2}{6^2} = 1$$

$$\frac{w^2}{87,89} - \frac{w^2}{212,0613} - \frac{w^2}{36} = 1 ; \quad 7.634,21w^2 - 18.638,07w^2 - 3.164,04w^2 = 670.970,75$$

$$w^2 = 29,036 \quad ; \quad \underline{w = 5,388} \quad z = 5,388$$

Resta ahora establecer los límites dimensionales de la forma y la referiremos a los ejes coordenados :

Por la base limitará nuestro espacio con el plano Z, lo que quiere decir que sólo regirán los valores positivos de z. Los valores negativos de z conformarán la mitad simétrica de nuestro manto.

Por la izquierda la limitación estará determinada por el valor $y = - 1,50 \text{ m}$.

Por la derecha la limitación será $y = - 38,50 \text{ m}$

Por la parte anterior, superior y posterior la limitación estará condicionada por la fórmula misma.

Ubicación de algunos puntos de manera que varias suceciones de ellos nos permitan la construcción de algunas curvas representativas del manto y que se replantearán para la fabricación de cerchas guías.

Primeramente daremos valores fijando "y"; las secciones serán elípticas.

6.- A partir de la ecuación N° 1.- obtenemos

$y = 0 ; x = 0 ; z^2 = 36$	$z = 6$
$x = 2 ; z^2 = \frac{670.975,50 - 7.634,21 \times 4}{18.638,07}$	$z = 5,862$
$x = 4 ; z^2 = \frac{670.975,50 - 7.634,21 \times 16}{18.638,07}$	$z = 5,426$
$x = 6 ; z^2 = \frac{\text{id.} - \text{id.} \times 36}{\text{id.}}$	$z = 5,610$

x = 8 ;	z = 3,128
x = 9 ;	z = 1,680
x = 9,375 ;	z = 0

valores que corresponden a la garganta del hiperboloide elíptico.

7.- Valores que también definen el límite del alero menor:
 $y = 1,50 ; z^2 = \frac{670.975,50 - 3.164,04 \times 1,50 - 7.634,21 x^2}{18.638,07}$

x = 0 ;	$\frac{670.975,50 - 3.164,04 \times 1,50}{18.638,07}$	z = 6,032
x = 2 ;	$\frac{670.975,50 - 3.164,04 \times 1,50 - 7.634,21 \times 4}{18.638,07}$	z = 5,894
x = 4 ;	$\frac{\text{id.} \quad \text{id.} \quad \text{id.} \times 16}{\text{id.}}$	z = 5,461
x = 6 ;	$\frac{\text{id.} \quad \text{id.} \quad \text{id.} \times 36}{\text{id.}}$	z = 4,651
x = 8 ;	$\frac{\text{id.} \quad \text{id.} \quad \text{id.} \times 64}{\text{id.}}$	z = 3,190
x = 9 ;	$\frac{\text{id.} \quad \text{id.} \quad \text{id.} \times 81}{\text{id.}}$	z = 1,790
x = 9,375 ;	$\frac{\text{id.} \quad \text{id.} \quad \text{id.} \times 87,89}{\text{id.}}$	z = 0,618
x = 10 ;	$\frac{\text{id.} \quad \text{id.} \quad \text{id.} \times 100}{\text{id.}}$	z = 1
y = 3 ; x = 0 ;	$\frac{670.975,50 - 3.164,04 \times 3 - 0}{18.638,07}$	z = 6,126
x = 2 ;	$\frac{670.975,50 - 3.164,04 \times 3 - 7.634,21 \times 4}{18.638,07}$	z = 5,991
x = 4 ;	$\frac{\text{id.} \quad \text{id.} \quad \text{id.} \times 16}{\text{id.}}$	z = 5,565
x = 6 ;	$\frac{\text{id.} \quad \text{id.} \quad \text{id.} \times 36}{\text{id.}}$	z = 5,007
x = 8 ;	$\frac{\text{id.} \quad \text{id.} \quad \text{id.} \times 64}{\text{id.}}$	z = 3,364
x = 9 ;	$\frac{\text{id.} \quad \text{id.} \quad \text{id.} \times 81}{\text{id.}}$	z = 2,086
x = 9,375 ;	$\frac{\text{id.} \quad \text{id.} \quad \text{id.} \times 87,89}{\text{id.}}$	z = 1,236

VALORES DE "Z" EN UNA TABLA DE RESUMEN PARA DETERMINAR LAS ALTURAS A PARTIR DE "X" E "Y"

x	y -	0	1.50	3.00	6.00	9.00	12.00	15.00	18.00	21.00	24.00	27.00	30.00	33.00	36.00	38.50
0		6.000	6.032	6.126	6.489	7.053	7.775	8.614	9.539	10.529	11.566	12.640	13.740	14.862	16.000	16.959
2		5.862	5.894	5.991	6.362	6.936	7.699	8.518	9.453	10.451	11.495	12.575	13.680	14.806	15.949	16.910
4		5.426	5.461	5.565	5.963	6.572	7.341	8.225	9.190	10.213	11.279	12.378	13.499	14.640	15.794	16.765
6		4.610	4.651	5.007	5.231	5.916	6.760	7.710	8.733	9.804	10.910	12.042	13.192	14.357	15.533	16.519
8		3.128	3.190	3.364	3.987	4.854	5.851	6.927	8.049	9.201	10.371	11.556	12.750	13.952	15.159	16.168
9		1.680	1.790	2.086	2.989	4.071	5.222	6.405	7.604	8.814	10.030	11.250	12.474	13.700	14.928	15.952
9.375	0	0.618	1.236	2.472	3.708	4.944	6.180	7.417	8.653	9.889	11.125	12.361	13.596	14.832	15.864	
10			1.073	2.965	4.414	5.765	7.137	8.361	9.634	10.900	12.158	13.413	14.665	15.706		
11				1.375	3.299	4.963	6.437	7.830	9.177	10.497	11.799	13.006	14.369	15.430		
12				1.209	3.900	5.659	7.203	8.649	10.038	11.393	12.723	14.037	15.121			
13					2.245	4.667	6.453	8.035	9.174	10.935	12.314	13.667	14.778			
14						1.035	5.531	7.314	8.915	10.416	11.857	13.256	14.400			
15							1.368	6.452	8.222	9.830	11.345	12.801	13.981			
16							0.775	5.378	7.409	9.161	10.771	12.067	13.520			
17								3.925	6.433	8.991	10.124	11.732	13.010			
18								1.035	5.201	7.488	9.389	11.104	12.446			
19									3.448	6.397	8.544	10.399	11.822			
20										4.994	7.552	9.600	11.126			
21										2.855	6.343	8.682	10.344			
22											4.756	7.600	9.454			
23											2.498	6.433	8.544			
24												4.482	7.190			
25												0.0001	5.624		
26																3.281

Con esta reseña queda claramente establecido, cómo a partir de la ecuación, se puede lograr la ubicación de cualquier punto que nos interese.

Es interesante también las secciones hiperbólicas, que son producto de secciones planas paralelas al eje y que se determinarían fijando a priori los valores de z o de x según sean secciones horizontales ó secciones producidas por los planos X.

La sección plana horizontal que es indispensable determinar es aquella, cuyo valor para z = 0

$$7.- (14,562)^2 x^2 - (9,375)^2 y^2 = 1 ; x^2 = \frac{87,89y^2}{212,0613} - 87,89$$

y = 0	x = 9,375	y = 12	x = 12,148	y = 25	x = 18,626
1	9,399	13	12,567	26	19,185
1,5	9,425	14	13,005	27	19,749
2	9,463	15	13,459	28	20,319
3	9,577	16	13,928	29	20,891
4	9,722	17	14,411	30	21,468
5	9,912	18	14,906	31	22,049
6	10,139	19	15,411	32	22,634
7	10,362	20	15,927	33	23,221
8	10,696	21	16,452	34	23,811
9	11,019	22	16,985	35	24,405
10	11,373	23	17,525	36	25,000.096
11	11,749	24	18,072	37	25,598
				38,5	26,505

estos valores corresponden a la base de sustentación de la cubierta. Los valores de x, en todos los casos son positivos y negativos, ya que se trata de una forma simétrica. Mediante estos valores se puede construir el contorno en la planta de nuestro depurado.

El alzado lateral que muestra la cumbrera, si se nos permite llamar así, en verdadera magnitud, la hemos construido dando a x = 0 y que resulta ser una hipérbola.

b). COORDENADAS DE UN PUNTO DEL MANTO.

Son tres las incógnitas que en un momento determinado nos pueden surgir, y éstas son : el valor de x teniendo y y z,
 el valor de y teniendo z y x, y
 el valor de z teniendo x e y.

Las ecuaciones para la resolución de estas incógnitas son:

8.- Despejando x^2 de la ecuación N° 1.- obtenemos :

$$\frac{x^2}{a^2} = 1 - \frac{z^2}{c^2} - \frac{y^2}{b^2} ; \quad x^2 = a^2 - \frac{z^2 a^2}{c^2} - \frac{y^2 a^2}{b^2} ;$$

$$x = \sqrt{\frac{z^2 a^2}{c^2} - \frac{y^2 a^2}{b^2} - a^2} ; \quad x = \frac{a}{cb} \sqrt{c^2 b^2 - c^2 y^2 - b^2 z^2}$$

Reemplazando las constantes por los valores que determinan el ejemplo del manto de hiperboloide, obtenemos :

$$x = \frac{9,375}{87,372} \sqrt{7.633,87 - 36y^2 - 212,052z^2}$$

9.- Despejando y de la ecuación N° 1.- obtenemos :

$$\frac{y^2}{b^2} = \frac{x^2}{a^2} - \frac{z^2}{c^2} - 1 ; \quad y = b \sqrt{\frac{c^2 x^2 - a^2 z^2 - a^2 c^2}{a^2 c^2}}$$

$$y = \frac{b}{ac} \sqrt{c^2 x^2 - a^2 z^2 - a^2 c^2}$$

$$y = \frac{212,052}{56,25} \sqrt{36x^2 - 87,89z^2 - 3164,04}$$

10.- Despejando z de la ecuación N° 1.- obtenemos finalmente :

$$\frac{z^2}{c^2} = \frac{y^2}{b^2} - \frac{x^2}{a^2} - 1 ; \quad z = c \sqrt{\frac{a^2y^2 - b^2x^2 - a^2b^2}{a^2b^2}}$$

$$z = \frac{c}{ab} \sqrt{a^2y^2 - b^2x^2 - a^2b^2}$$

Reemplazando las constantes, al igual que en la operación N° 9.- por los valores determinantes del hiperboloide elíptico, obtenemos :

$$z = \frac{6}{136,519} \sqrt{87,89y^2 - 212,052x^2 - 18.637,25}$$

2-c) ECUACION DE UNA SECCION PLANA ARBITRARIA DEL HIPERBOLOIDE.

Nominaremos a esta curva como curva espacial plana, en contraposición a las curvas gaussianas que son producto de la intersección de la superficie en cuestión con otras superficies de segundo grado, como ser cilindros, conos, paraboloides, conoides, hiperboloides, elipsoides, esferas, etc., curvas gaussianas éstas que son de grado superior, como ser de cuarto grado.

Las secciones planas de los hiperboloides se expresan mediante un sistema de ecuaciones en que interviene el hiperboloide, por un a parte, y la ecuación del plano por la otra.

Las secciones que a nuestros fines interesan son por lo general las secciones paralelas a los planos del sistema coordinado, que ya han sido

calculadas anteriormente, luego, y en orden de prioridad, presentaremos a las secciones cuyos planos son paralelos a los ejes del sistema y finalmente anotaremos el sistema de ecuaciones para la intersección con un plano genérico o cualquiera.

Para un plano paralelo a los planos del sistema :

$$11.- \quad \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1 \quad (\text{Ecuación del hiperboloide Elíptico})$$

$$\underline{Ax' - By' - Cz' - D = 0} \quad (\text{Ecuación de un plano cualquiera}).$$

Igualando los términos Ax' y By' a cero el plano quedará paralelo al plano XY del sistema:

$$12.- \quad \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$$

$$\underline{Cz' - D = 0}$$

en esta forma las intersecciones serán hipérbolas horizontales, que se pueden considerar como cotas.

Si igualamos los términos By' y Cz' a cero, el plano quedará paralelo al plano YZ del sistema :

$$13.- \quad \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$$

$$\underline{Ax' - D = 0}$$

en esta forma las intersecciones serán hipérbolas, al igual que en el caso anterior, como es fácil de deducir.

Si igualamos los términos Ax' y Cz' a cero, el plano quedará paralelo al plano XZ del sistema :

$$14.- \quad \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$$

$$14.- \quad \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$$

$$\underline{By' - D = 0}$$

sistema de ecuaciones último que representa secciones elípticas.

Si igualamos uno de los términos a cero, por ejemplo Ax' obtendremos que el plano sea paralelo al eje X del sistema, y las secciones con el hiperboloide podrán ser elipses, circunferencias, elipses, parábolas, hipérbolas, dos rectas que se cortan e incluso dos rectas paralelas, :

$$15.- \quad \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$$

$$\underline{By' - Cz' - D = 0}$$

el aumento proporcional de la constante B con respecto a la constante C, harán que las secciones varíen en forma como se expresa en la explicación de la fórmula N° 14.- Que las secciones aludidas sean paralelas o dos rectas paralelas mas bién dicho, depende de la condición de que el plano seccionante pase por el centro geométrico del hiperboloide, condición esta última que se utilizó justamente para encontrar el centro del manto en estudio. (0 sea $D = 0$)

Si el término Cz' lo hacemos igual a cero los resultados serán similares a la ecuación N° 15.- , sólo que se descarta la intersección circunferencial entre ambos elementos geométricos.

Si el término By' lo igualamos a cero, las secciones serán hipérbolicas, siendo dos rectas que se cortan, en caso de que el punto de inflexión de ambas superficies se produzca, y por supuesto que será en la garganta de la superficie de segundo grado, :

$$16.- \quad \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$$

$$\underline{Ax' - Cz' - D = 0}$$

Reemplazaremos a modo de ejemplo en la fórmula N° 11.- los términos constantes por valores que correspondan a un plano cualquiera que seccione a nuestro hiperboloide elíptico, las curvas de intersección podrán ser : elipses, parábolas, hipérbolas, dos rectas que se cortan o dos rectas paralelas, :

$$17.- \quad \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$$

$$Ax' + By' + Cz' + D = 0$$

A = 1,00 m	a = 9,375 m
B = 6,00 m	b = 14,562 m
C = 8,00 m	c = 6,000 m
D = -24,00 m	DATOS HIPERB.

DATOS DEL PLANO

$$18.- \quad \frac{x^2}{9,375^2} - \frac{y^2}{14,562^2} + \frac{z^2}{6^2} = 1$$

$$1x' + 6y' + 8z' + 24 = 0$$

$$\frac{x^2}{87,89} - \frac{y^2}{212,052} + \frac{z^2}{36} = 1$$

$$x - 6y - 8z = 24$$

Debido a la complicidad de las repetidas operaciones para el cálculo de cada punto, se hace indispensable el uso de la computación, mecanización que se recomienda para lo cual es necesario también, hacer del sistema de ecuaciones último, una sola ecuación en la cual intervengan sólo dos variables.

Los cortes del hiperboloide paralelos a los planos del sistema, cumplen con dicho requisito, y se obtiene así que las curvas de intersección son curvas planas. Las intersecciones de un plano genérico son curvas planas espaciales, o sea que, intervienen las tres variables, siendo indispensables para la determinación de la curva solo dos de las variables, lo que se traduce en la siguiente ecuación:

PREPARACION DE LAS ECUACIONES PARA LA PROGRAMACION, EN COMPUTADORAS
I.B.M. 1620 y E.A.I. ANALOGICO.

El uso de este tipo de computadoras es suficiente para la obtención de los valores de x, de y y de z para curvas, incluso espaciales, producto de la intersección del hiperboloide elíptico (que de ahora en adelante lo llamaré (HIPEL)., con un plano o, incluso con otra superficie de segundo grado.

Para procesar datos de mayor complejidad se recomienda el uso de computadores I.B.M. 1130., por ejemplo y que en la zona posee ENAMI de Ventanas.

Con este fin, y para hacer mas expedita la operatoria, es necesario trabajar con solo dos incógnitas, anotando la computadora el tercer resultado de la variable que falta.

Despejemos cada una de las variables de la ecuación del plano, con el fin de reemplazar la variable respectiva de la ecuación del hipel, :

Tomando como base la 2a. ecuación del sistema N° 11.-, obtendremos :

$$19.-a. \quad x = \frac{D^2 - (Ey + Cz)}{A} ; \quad b.) \quad x^2 = \frac{1}{A^2} (D^2 - 2DBy - 2DCz + (By)^2 + 2BCyz + (Cz)^2)$$

$$20.-a. \quad y = \frac{D - (Ax + Cz)}{B} ; \quad b., \quad y^2 = \frac{1}{B^2} (B^2 - 2DAX - 2DCz + (Ax)^2 + 2AxCz + (Cz)^2)$$

$$21.-a. \quad z = \frac{D - (Ax + By)}{C} ; \quad b., \quad z^2 = \frac{1}{C^2} (D^2 - 2DAX - 2DBY + (Ax)^2 + 2AXBY + (By)^2)$$

Como ya hemos determinado la ecuación del hipel, agregaremos la ecuación de un plano que supuestamente corte al manto mediante una elipse, (por propia imposición), para lo cual daremos a las constantes del plano los siguientes valores :

$$\begin{aligned} A &= 2 \\ B &= 3 \\ C &= 4 \\ D &= -12 \end{aligned}$$

de manera que el plano corte a los ejes coordenados en números enteros y positivos, para facilitar la visualización, :

El plano en definitiva estaría dado por la ecuación siguiente :

$$22.- \quad 2x - 3y - 4z = 12, y$$

reemplazando de inmediato en la ecuación del hipel, obtenemos :

$$23.- \quad \frac{x^2}{87,89} - \frac{2x^2 - 48x - 32xz - 96z - 16z^2 - 144}{1.908,468} - \frac{z^2}{36} = 1, \text{ en el caso de}$$

reemplazar las yes, también se puede reemplazar las x o las z.

Programando esta ecuación y procesandola en el computador I.B.M. N°1620., obtenemos los siguientes resultados. :

(INTERSECCION DEL HIPEL CON UN PLANO GENERICO).

*24.- COPIA FIEL DE LA COMPUTADORA.

LOAD SUBROUTINES
PD FIXED FMT SUBR. OPC. 11/63
LOAD DATA

EUIS	Y	ZETA	euis	y	zeta
9.000	.962	1.726	-6.000	1.722	4.664
8.000	.809	3.145	-7.000	1.905	4.067
7.000	.749	4.003	-8.000	2.125	3.248
6.000	.729	4.620	-9.000	2.424	1.954
5.000	.735	5.084	END		
4.000	.760	5.435			
3.000	.800	5.694			
2.000	.854	5.872			
1.000	.920	5.977			
.000	.997	6.014			
-1.000	1.086	5.982			
-2.000	1.186	5.882			
-3.000	1.298	5.709			
-4.000	1.423	5.458			
-5.000	1.563	5.116			

El uso de la computadora se hace comercial, cuando se desee procesar datos suficientes, como para que la programación de las operaciones, que es el procedimiento mas desoroso, compense al tiempo que se requiere para el cálculo con métodos tradicionales. La computación misma, tiene una demora de algunos segundos para obtener cualquier tipo de dato anteriormente enunciado, los que son entregados en una cinta sin fin, escrita a máquina.

Cualquier tipo de procesamiento I.B.M. por sencillo que sea, vale en la actualidad, acá en la zona unos E^o 3.000 a E^o 5.000

El computador "ANALOGICO E.A.I.", incluso es capaz de entregar las curvas en estudio dibujadas, tratándose por supuesto de curvas planas,

2.d).- SISTEMA DE ECUACIONES PARA LAS RECTAS DEL MANTO.

El manto del hiperboloide, como ya se ha expresado anteriormente, es una superficie reglada, en la cual existen dos familias de rectas en que unas cortan a las otras. Partiendo de la ecuación canónica del hiperboloide, lograremos expresar la forma matemáticamente como dos sistemas de rectas :

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$$

$$\left(\frac{x}{a} + \frac{y}{b}\right) \left(\frac{x}{a} - \frac{y}{b}\right) = \left(1 + \frac{z}{c}\right) \left(1 - \frac{z}{c}\right);$$

$$L \quad \begin{cases} \frac{x}{a} + \frac{y}{b} = \lambda \left(1 + \frac{z}{c}\right) & (P) \\ \frac{x}{a} - \frac{y}{b} = \frac{1}{\lambda} \left(1 - \frac{z}{c}\right) & (P') \end{cases} \quad \lambda \text{ es lambda.}$$

$$L' \quad \begin{cases} \frac{x}{a} + \frac{y}{b} = \lambda \left(1 - \frac{z}{c}\right) \\ \frac{x}{a} - \frac{y}{b} = \frac{1}{\lambda} \left(1 + \frac{z}{c}\right) \end{cases}$$

Cabe señalar que las constantes a, b y c en primer grado son las mismas que las de las expresiones de la ecuación canónica expresadas en segundo grado, y, λ es una constante cualquiera que determinará la posición angular del plano que es uno de los lugares geométricos de la recta del manto.

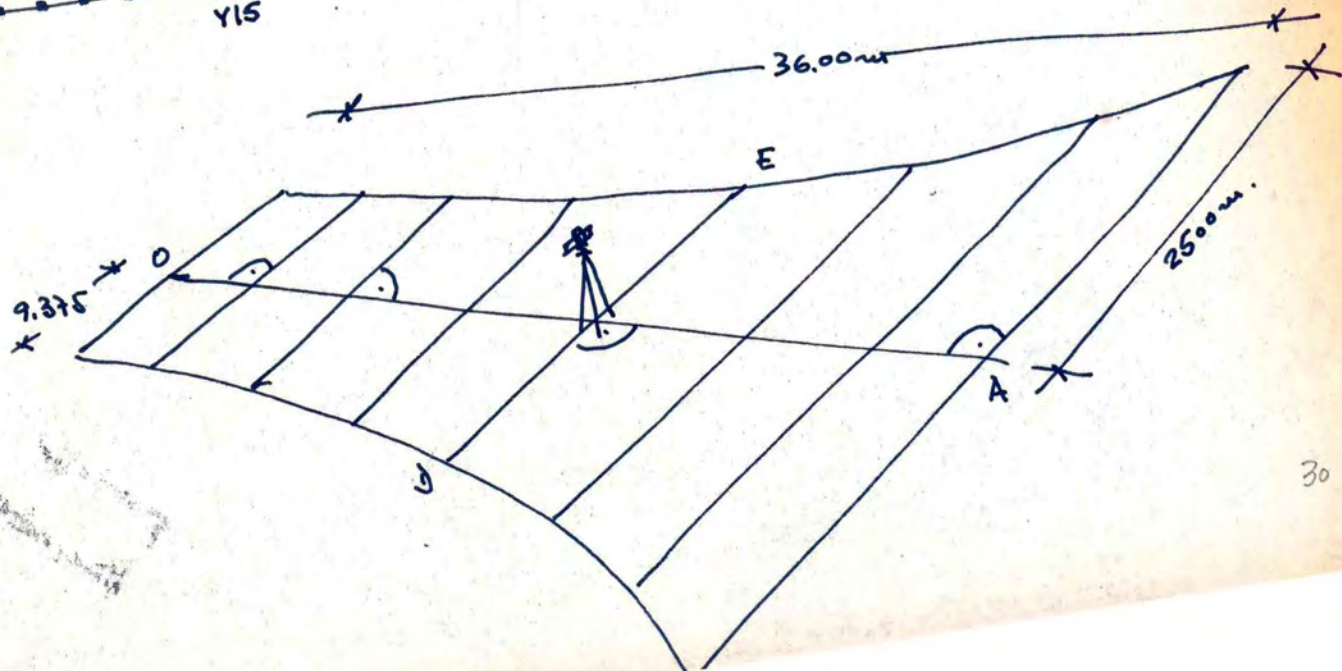
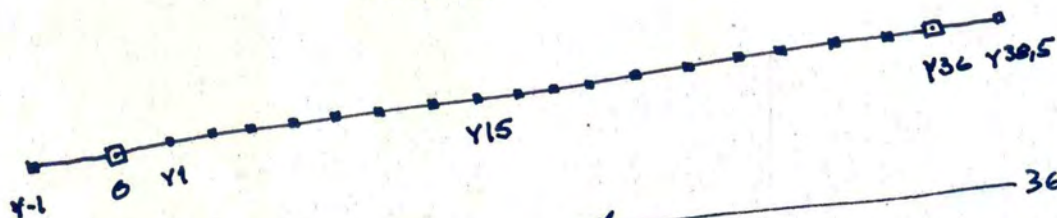
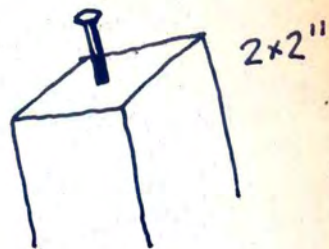
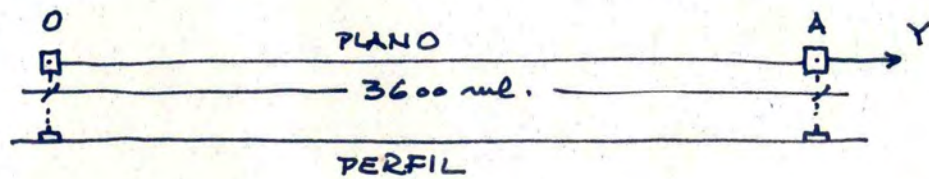
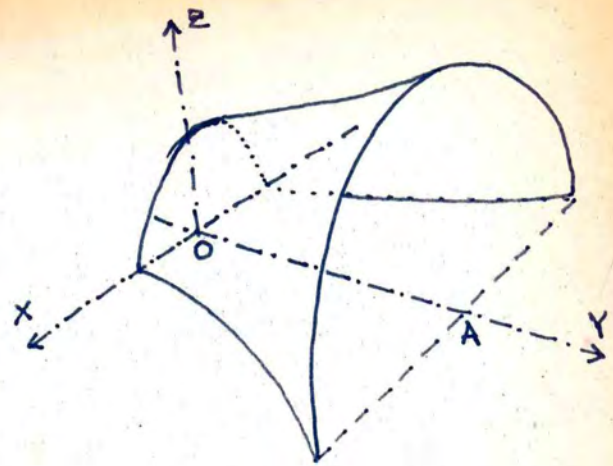
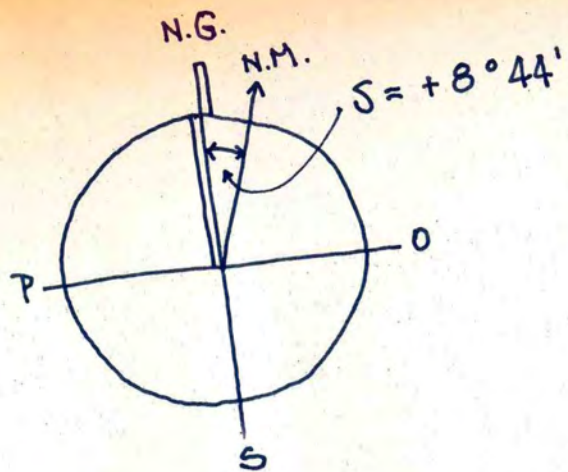
Las variables x, y y z determinarán la recta en cuestión, y L al ser considerada como recta directriz determinará que L' sea generatriz o viceversa, contemplando en esta forma ambas familias de rectas.

2.e).- DETERMINACION DE UN PLANO TANGENTE AL MANTO EN UN PUNTO CUALQUIERA.

Los planos tangentes al hiperboloide elíptico, (el concepto de tangencia se expresa como es usual en los textos de geometría descriptiva ya que en los textos de matemáticas analíticas un punto de tangencia, en el caso de existir doble curvatura positiva y negativa se habla de punto de INFLEXION, por existir a partir de este punto, intersecciones de ambas superficies), estarán definidos por las dos rectas que se cortan y de las cuales una es directriz y la otra generatriz del manto.

Las dos rectas que fijan o determinan el plano son a su vez las rectas de intersección del mismo con el hiperboloide, cuyas ecuaciones se han expresado en el capítulo N° 2,d).- anterior.

Estos planos tangentes que se enuncian cortarán a los conos elípticos asintóticos solamente mediante hipérbolas y solo en casos límites estos planos serán tangentes a los conos, no produciéndose jamás otro tipo de sección cónica plana. En este caso límite el punto de tangencia con el manto del hiperboloide se producirá en el infinito.



I.-3.-COMPROBACION DEL TRAZADO.

(Taquimetría).

A pesar de haberse planteado la taquimetría como un método de comprobación, es precisión mayor, como ya se expuso anteriormente, el uso del instrumento de medición para el trazado de nuestro proyecto en el terreno. Es por esta razón que se relatará la ejecución del trazado en la obra misma, paso a paso, pudiendo ser cada una de las operaciones recíprocas, comprobación de lo ya ejecutado.

a.- El terreno, perfectamente despejado, se rebajará hasta lograr un plano horizontal, extrayendo de él, todo material orgánico, relleno si fuere necesario con un estabilizado fino prolijamente compactado en una extensión que de cabida a la forma a realizarse.

b.- Este plano horizontal tendrá la cota que le sea fijado por proyecto, y con referencia a un punto \bar{M} previamente fijado. (Solera, monolito, instalación, etc.) El P.R. mencionado, que pueden ser uno o más, serán ubicados de tal manera que sean perfectamente visibles desde el área de la construcción.

c.- Luego, se fijará la dirección N.S., geográfica, orientación que para Valparaíso en 1970 tiene una declinación magnética de :

$$\tau = + 8^{\circ} 44'$$

Esta orientación o alineamiento se efectuará mediante el teodolito. Si el mencionado instrumento no estuviera premunido de aguja magnética se usará una brújula (Compass Survejer) para ello.

d.- Luego se medirá la declinación, que por proyecto se ha fijado al eje del sistema coordenado O-Y, y a la distancia de este eje, o su prolongación, a uno o más puntos de referencia (P.R.). Dentro de esta dirección vectorial se fijará el punto O. (Centro de partida para nuestra construcción.)

e.- El P.R. \bar{O} se el punto de partida para toda medición dentro de nuestra faena y será materializado por un pequeño monolito de hormigón el que en su momento de fragua recibirá un trocito de fe corrugado de $1/4''$ de 0,25 cms. de largo, y del cual será visible 1 cm debidamente aguzado. Esta púa habrá fijado planimétricamente la ubicación exacta del P.R. y su cuspide establecerá la altura del plano horizontal base de medición.

f.- Luego se instalará el teodolito o taquímetro, sobre el punto O, para lo cual se dispondrá de la plomada gravitacional. Una vez afinada esta plomada se centrarán las burbujas del instrumento, girando para ello el lente y midiendo sucesivamente en cuatro direcciones. Finalmente se retirará la plomada para permitir la verificación del punto O mediante la plomada óptica.

g.- Luego se fijará el ángulo 0-200 del limbo horizontal en la dirección de arrastre. Terminadas estas operaciones estamos en condiciones de proseguir con nuestro trazado. A través del lente y con ayuda de la mira, la huincha de acero (de 50 m.), se fijarán los puntos, cada metro en dirección 0-Y. Los puntos en el plano horizontal se materializarán por medio de estacas de madera de 2 x 2" x 0,40 m de roble, ulmo o similar sobre los cuales se clavará una púa metálica o clavo de 2 1/2" cuya ubicación planimétrica se fijará haciendo coincidir el retículo vertical del lente y la huincha de acero fuertemente tensada con el clavo en el momento de ser clavado. La altura de la cabeza del clavo se verificará sucesivamente mediante la ubicación de la mira sobre el clavo y la lectura sobre ésta de la altura instrumental, comprobando cada vez, mediante la burbuja de la lectura horizontal, ángulo 100-300.

h.- A los 36,00 m se procederá a materializar el punto base por medio de un monolito similar al del P.R.c. Todos los puntos al quedar fijados se les individualizará con una inscripción visible en pintura roja, la que dirá por ejemplo : 0,y1,y150,y-1,50,y10,y25,y38,5 ó y36. La pintura roja será a privativa y se usará solo para los ejes.

i.- Se trazará luego, y siempre en el plano horizontal el eje perpendicular al anterior, sin trasladar para ello el instrumento y que será el eje X. Corresponde a la dirección 100-300 la planta de la garganta del hipel, materializándose los puntos a metro y fijando además la medida de $\pm 9,375$ correspondiente al diámetro mayor de la garganta. Se completará así hasta haber materializado el 0 los puntos +25,00m y -25,00m y también los aleros que alcanzan a $\pm 26,505$ m. Todos los puntos perfectamente colineales y horizontales.

j.- Desde esta misma estación O se trazará una elipse tendida con los valores que aparecen en el cuadro de los valores de Z.: y $z = 0$, sobre la cual se construirá una cercha de madera, que mas tarde será erguida y servirá como primera guía de sustentación del manto propiamente tal.

k.-

k.- El instrumento se trasladará luego a la estación siguiente en el punto y_1 y así sucesivamente y_{150} , y_2 etc. hasta llegar al punto $y_{38,50}$, e estaciones desde las cuales se procederá en igual forma que en la garganta del hipel. La individualización de las estacas se hará con pintura amarilla, y se inscribirá por ejemplo y_9+x_6 o $y_9-x_{11,019}$. Será necesario el uso de la tabla (7.a.) para determinar los diámetros máximos de las elipses para cada valor de Y . Estos datos además se utilizarán para trazar los ejes de los cimientos .

La construcción de cerchas elípticas se hará cada 3 metros. Estas se hizarán con la erección simultánea de la estructura y por ende del andamiaje que se muestra en un bosquejo adjunto. La fijación definitiva de las cerchas se determinará mediante el taquímetro y se sustentará afianzándose a la estructura tubular del andamio.

l.- Los andamios se construirán de tubos de acero según detalle y las plataformas se confeccionarán en tablones de 2" en bruto. Estas plataformas serán 7 y con una separación de 2,40m. Los primeros dos niveles serán servidos por rampas y los restantes por un montacargas como se presenta en detalle adjunto.

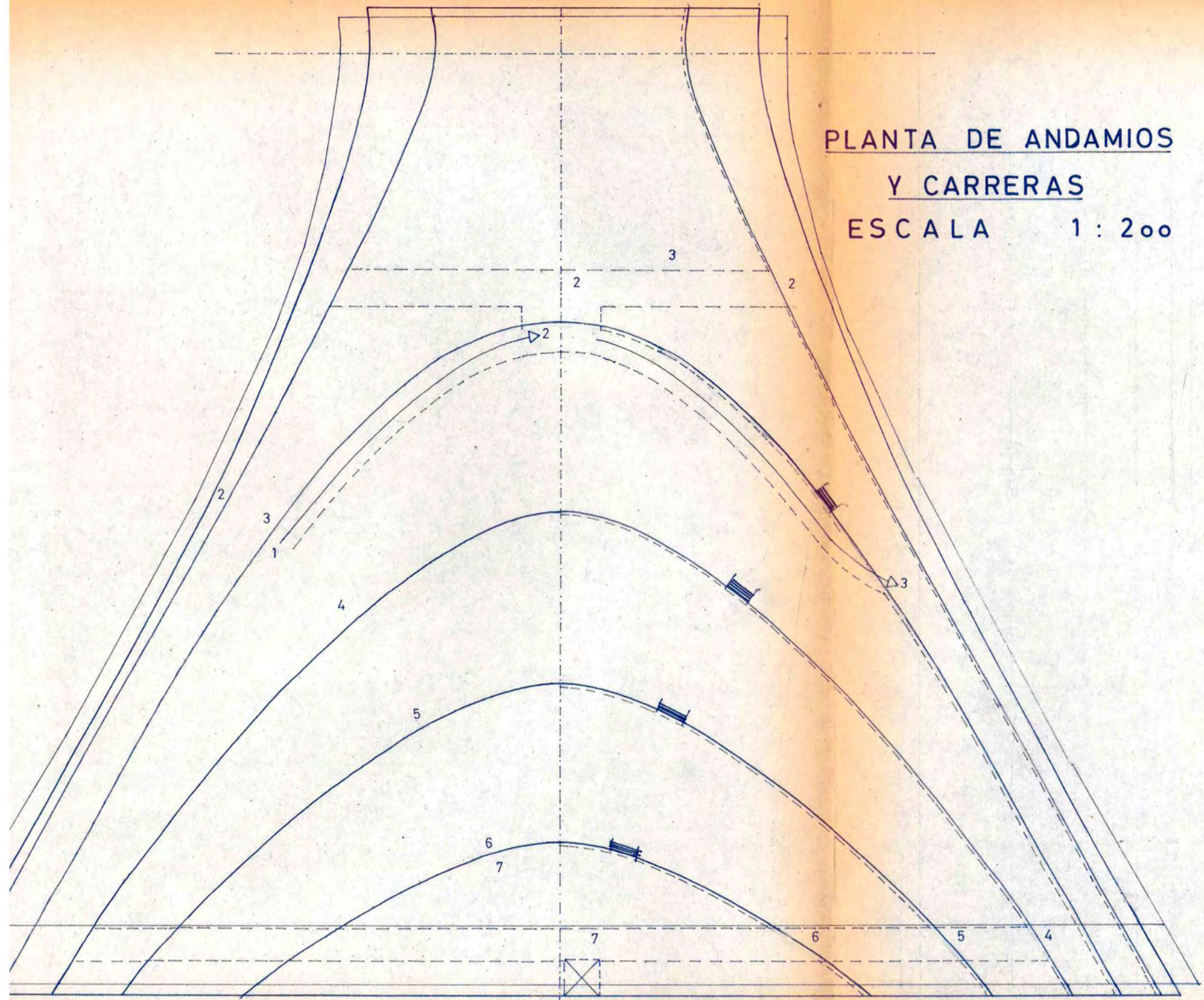
Para la construcción de la estructura de los andamios se emplearán aproximadamente 2.200 unidades de tubo de acero de 2,50m c/u y unas 2.900 unidades de uniones prisioneros para afianzar los ductos entre sí.

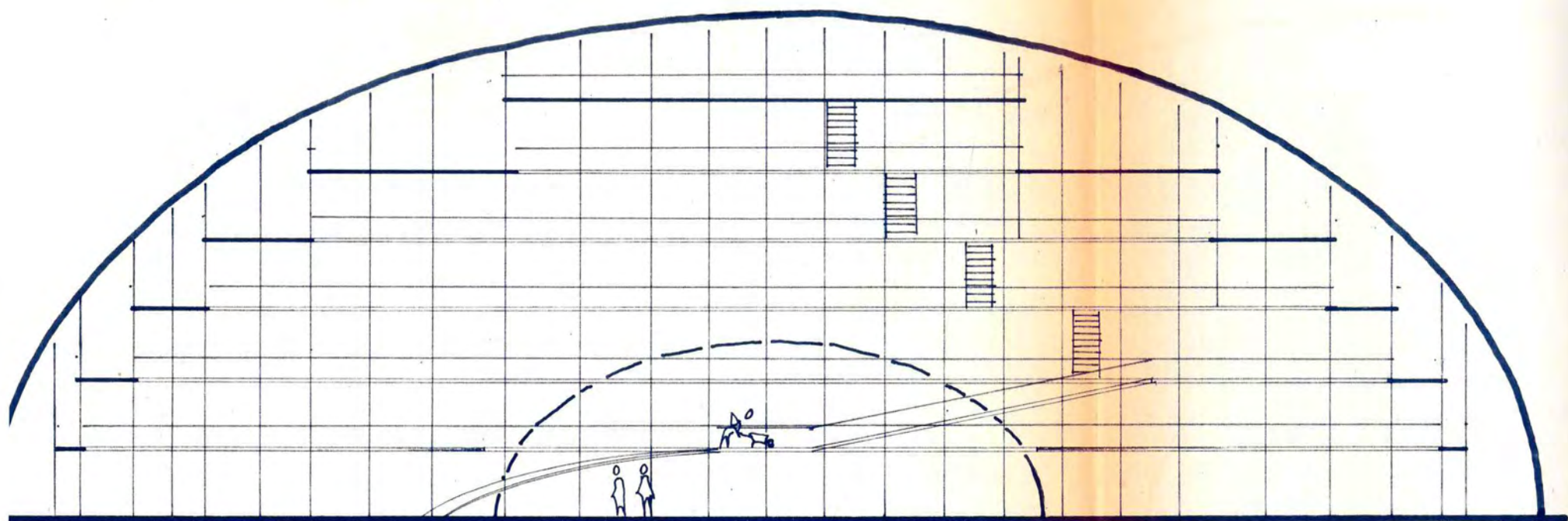
m.- La verticalidad de las cerchas ya en su sitio se verificará finalmente mediante el hilo a plomo, de lo contrario y si las condiciones del viento no lo permiten, esta verificación se podrá realizar con la ayuda de dos Teodolitos dispuestos a 90° .

n.- La ejecución de un manto de hormigón implica el avance simultáneo del manto del hipel con los cimientos del mismo. Las enfierraduras, en lo posible, deben estar ejecutadas y recibidas en el momento de comenzar la hormigonadura, que siempre debe ser ascendente.

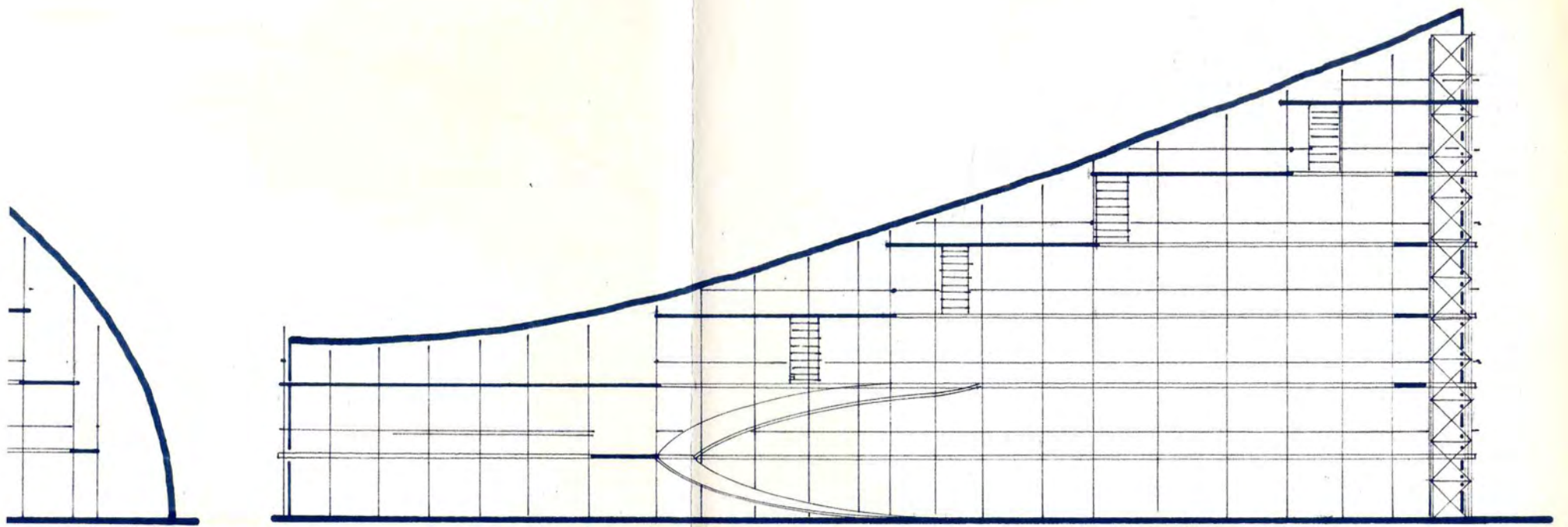
o.- La confección de un manto de madera laminar en capas dos o más, permite la ejecución completa del manto y luego realizar el anclaje con el cemento o sobrecimiento, permitiendo de esta forma una terminación optima en carpintería y afianzar luego a los transmisores de carga metálicos mediante pernos o pernos y pletinas.

PLANTA DE ANDAMIOS
Y CARRERAS
ESCALA 1 : 200





CORTE ESQUEMATICO DEL ANDAMIAJE



CORTE LONGITUDINAL

II. a). CONSIDERACION ESTRUCTURAL.

Las características formales del manto del hipel, corresponden a una unidad de gran superficie con respecto a su mínimo espesor. Esto implica una economía de material sorprendente cubriendo a su vez magnos espacios.

Las fuerzas, o esfuerzos a que están sometidos los mantos de las superficies de doble curvatura son, los que en resumen, y a continuación, se detallan :

PESO PROPIO, acción de gravedad
Cargas NORMALES A LA SUPERFICIE, acción de los vientos
CARGAS VERTICALES, peso de nieve depositada
CARGAS VERTICALES PUNTALES, centros de iluminación
Cargas HORIZONTALES, efecto sísmico
ESFUERZOS INTERNOS, dilatación y contracción a causa del cambio de temperatura

La totalidad de las solicitaciones, salvo raras excepciones, son transformadas en esfuerzos tangenciales a la superficie, ya sea tracción o compresión, según se trate de fuerzas incidentes o dicidentes en el área estudiada y también de curvatura positiva o negativa respectivamente.

Para pretender hacer un análisis de estas solicitaciones y de sus efectos con cierta seriedad, clasificaremos a las superficies de segundo grado en dos grandes familias, a saber :

SUPERFICIES SINCLASTICAS O ELIPTICAS, según su formula analítica y

SUPERFICIES ANTICLASTICAS, ~~de curvatura positiva solamente~~
o hiperbólicas

Superficies Sinclásticas, de curvatura positiva solamente.

Por acción del peso propio está sometida a compresión meridional (radial), y a tracción anular (circunferencial).

A causa de las cargas normales a la superficie se producen efectos similares a los anteriores, con la diferencia que la acción del viento por ejemplo, produce por un lado compresión y en otra área produce succión, razón por la cual los efectos se invierten. En ambos casos los esfuerzos son transformados en esfuerzos tangenciales de compresión y de tracción.

Además surgen otro tipo de solicitaciones, que son causadas por el efecto simultáneo de compresión y succión a causa del viento, y que por una parte comprime a la estructura, la que enfrenta al viento, y por otra parte depresiona al manto, la zona restante. El efecto es imaginable al observar a una burbuja de jabón adherida a una superficie horizontal la cual es soplada en cierto sentido horizontal: achatamiento por un lado, y aumento de curvatura por el otro. Antes de producirse un aplastamiento de la estructura, surgen las fisuras, y luego las grietas en ambas caras del manto por igual, lo que nos revela que los esfuerzos de consideración son puramente tangenciales.

Las cargas verticales, producidas por el peso de la nieve por ejemplo, solicitan al manto en la forma en que se explica en el caso 1.

Cargas puntuales, producidas por causas diferentes como ser, centros de iluminación, personas que transiten eventualmente por la cubierta, etc. hacen comportarse a la estructura en forma similar a los casos anteriores, solo que el problema es otro. Al existir cargas puntuales se produce en principio la flexocompresión, razón por la cual es necesario fijar, adicionalmente el espesor de la lámina para repartir en una zona mayor estas solicitaciones y enfrentar así un ángulo mayor de las reacciones. (Ver figuras ilustrativas). Esta misma cualidad hace que las superficies de segundo grado sean más resistentes en sus zonas de mayor curvatura.

Cargas horizontales, éstas se caracterizan ~~por~~ por seguir el sentido de las reacciones de los esfuerzos anteriormente estudiados, no implicando o solicitando a la estructura mayormente ya que la inersia de esta, a causa de su liviandad es considerablemente reducida. Estos esfuerzos recorren los cimientos desde el terreno de fundación, pasan por los empotramientos, solicitan las vigas de borde si las hay, y finalmente comprometen a la estructura, para hacer el recorrido inverso y ser entregados nuevamente al terreno de sustentación.

Esfuerzos internos, A causa de las dilataciones y contracciones producidas por la acción de los cambios de temperatura. Estos se traducen en esfuerzos puramente tangenciales pero que son de consideración y los que hay que contemplar en forma sistemática. Debido a la gran extensión de los mantos en este tipo de estructuras, la dilatación se traduce en longitudes que alcanza fácilmente los centímetros.

Cuando el manto sea hormigón, material que no posee la elasti-

idad de la madera, o de los plásticos o de las estructuras metálicas, es necesario considerar dos alternativas, que son :

-hacer del manto estructural una unidad independiente, solucionando las dilataciones mediante juntas con las vigas de borde y con los empotramientos, o

-solucionar todo el conjunto estructural como una unidad y ~~se-~~ ~~mejorar~~ resolver las tensiones internas de tal modo que sean superadas por la estructura misma, que si se producen esfuerzos grandes, éstos sean reprimidos por refuerzos propios del manto y sus vigas de borde.

Se recomienda que los apoyos al estar distanciados se consideren como fijos en combinación con apoyos móviles, aunque esta movilidad sea unidireccional e incluso restringida o amortiguada, o y amortiguada. Al introducir apoyos móviles se evita la aparición de la flexocompresión en la cercanía de estos.

Superficies anticlásticas o hiperbólicas.

Peso propio, consistente por lo general en el peso de estructura, impermeabilizaciones, aislantes y terminaciones. Estas cargas aproximadamente uniformes la analizaremos de la manera que se muestra :

El área infinitesimal 1234 de la superficie de un hipel o hipar (ver lámina. C.3.) está sometida a una carga vertical, a la que está expuesta todo punto del manto, esta carga A se descompone primeramente en dos fuerzas B y C y en cuya dirección el manto es comprimido, siendo B mayor que C, por lo cual existe una diferencia que se sumará a otras a nálogas y se descargará finalmente en los apoyos o en las vigas de borde, de existir éstas. La diferencia restante es absorbida por los esfuerzos D y E, dirección en la cual el manto es traccionado (curvatura negativa). Entre estas dos fuerzas también existe diferencia, dependiendo esta del ángulo del plano tangente al manto con la fuerza A, y de la curvatura en dicho punto; esta diferencia entre D y E (D C) sumada a la diferencia entre A y B dan una resultante F, que también es una fuerza tangencial que tendrá que transmitirse de igual forma que las anteriores finalmente al terreno.

El espesor de la lámina es el que permite la descomposición de la carga incidente, o diciente, según sea el caso, en resultantes tangenciales. A menor curvatura y a su vez a mayor sollicitación, se tornan considerablemente mayores los valores de $\frac{A}{E}$, B, C, D, E y F; siendo las

diferencias entre ellas muy similares, que en las zonas de mayor curvatura. El problema que aumenta en las zonas de menor curvatura es la dirección en que las reacciones contrarrestan a la carga incidente, actuando éstas en una superficie que tiende a ser un plano, razón por la cual es de gran importancia calcular el cizalle en las proximidades de fuerzas normales concentradas, y por ende la flexocompresión.

En la naturaleza podemos verificar que este fenómeno ha sido resolucionado, para lo cual podemos observar que las zonas de mayor curvatura de un huevo de ave, las puntas, el espesor de la cáscara es menor que en la región de menor curvatura, o sea el diámetro circular de mayor radio. Una prueba a este ejemplo se verifica al observar el desgaste que hace el polluelo al nacer y que lo realiza en los extremos mas delgados.

La solución a este problema de las cargas concentradas, que pueden ser producidas por centros de iluminación, equipos sonoros, de calefacción, telones, rondanas menores, etc., puede ser superado dando una ubicación adecuada y por supuesto dando mayor espesor y reforzando la zona afectada. De esta manera, además de repartir las sollicitaciones se logra que la fuerza concentrada sea enfrentada por reacciones que toman una posición comparadas a la generatrices rectas de un cono mas agudo. (lámina. N° 2).

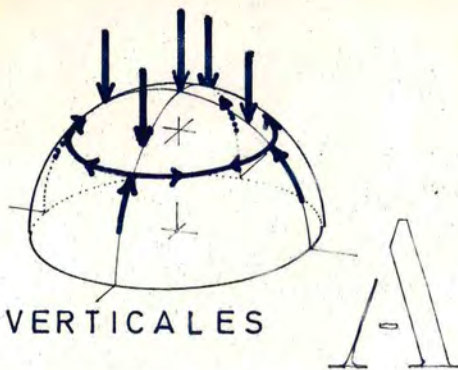
Cargas normales a la superficie. La acción del viento es una de las preocupaciones mayores de quienes deben solucionar o entenderse con el tipo de estructuras laminares anticiclásticas. Es ésta la sollicitación de tipo eventual que compromete a la estructura a fuerzas diversas, siempre normales a la superficie, y en diversos sentidos, según sea la posición del manto expuesto a la acción de las fuerzas exteriores, y en forma simultánea. El estructurador del proyecto se ve obligado a introducir refuerzos diversos en las vecindades de los apoyos y en los apoyos mismos. Otro recurso, quizá menos elegante es la introducción de elementos extraños a la estructura misma, como ser tirantes, puntales, muros verticales estructurales, con el fin de lograr en puntos adecuados de la cubierta fijación o semifijación. Los muros pueden ser paños vidriados, membranas u otros elementos curvos que incluso colaboran en evitar el ensacamiento del viento.

En cubiertas anticiclásticas que permiten el paso libre del viento bajo ellas, las presiones de éste se manifiestan desunáformemente repartidas, haciéndose nulas en la línea de tangencia y negativa en la cara no expuesta a esta acción. El efecto es de succión, al igual como sucede con las alas de un aeroplano cuando está en vuelo.

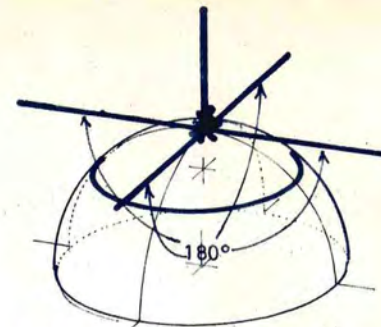
La curva que limita a la la superficie comprimida de la succie nada puede incluso ser una curva gausa. La zona que podríamos llamar como tangente a la acción del viento, se presenta como un eje neutro de los esfuerzos en estudio, pero no así a la torsión, sistema de fuerzas que por cierto son transformadps igualmente en sollicitaciones tangencia les, que si vale la pena estudiar.

Finalmente no quiero omitir, la consideración de los esfuerzos horizontales, que pueden ser producidos por el efecto sísmico. Estos son recibidos por el edificio no siendo de gran consideración sus efectos a causa de la inersia pequeña de dicha estructura por su liviandad. Lo que si es de cuidado es el cálculo de la consonancia sísmica, en la que suele acumularse energía potencial que exeda a la resistencia del manto.

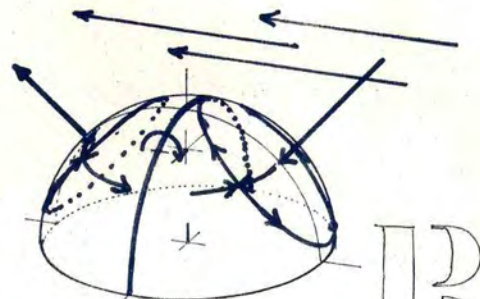
Estas consideraciones estructurales son aplicables en diferente medida, según sea el material hormigón armado (conceptualmente), ferrocemento, estructura metálica como ser acero o aluminios, material plástico, plásticos reforzados o madera sea ésta en placas o listoneado contraplacado o listones vigas de tipo tradicional, con cubierta de cualquier tipo.



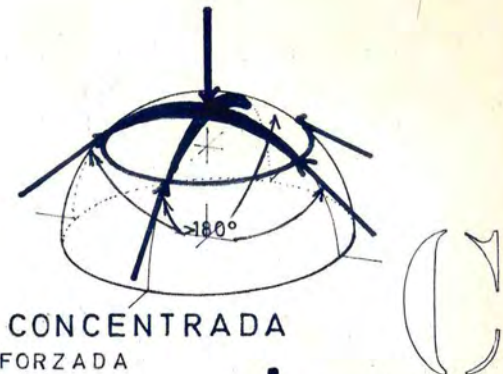
CARGAS VERTICALES



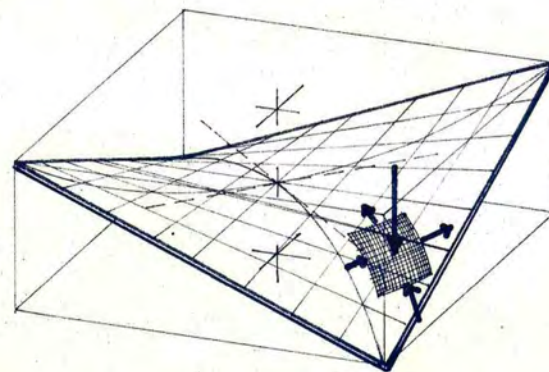
CARGA CONCENTRADA
LAMINA DELGADA INSUFICIENTE



ACCION DEL VIENTO



CARGA CONCENTRADA
LAMINA REFORZADA



REACCIONES EN EL HIPAR (ANTICLASTICO)

